Die

Größenlehre,

für Realschulen populär bearbeitet

von

Gustav Friderich Wucherer,

Evangelisch-Lutherischen Stadt- und
Universitätspfarrer zu Freyburg
im Breisgau.

Des ersten Theils,

welcher die Zahlenlehre enthält,

zweiter Cursus.

Carlsruhe,
in Macklots Hofbuchhandlung.
1809.

Dieser zweite Cursus macht mit dem ersten ein Ganzes — den ersten Band aus. Wer das, was in beyden steht, die einfachsten Rechnungen in ganzen und gebrochenen Zahlen vollkommen gefaßt und geübt hat, wird wohl selten eine im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfrage unbeantwortet lassen müssen. Somit eignet sich dieser Band auch zum Schulbuch in Landschulen, und wird da, wenn der Lehrer etwas taugt, durchaus hinlänglich seyn. Der Versuch, auch in diesen Schulen den zweiten Abschnitt dieses Curs, die Lehre von den Decimalbrüchen vorzutragen, wäre in jedem Fall verdienstlich, wenn er auch vor der Hand mit keinem auffallend glücklichen Erfolg gekrönt werden sollte. Man vergleiche, was ich über diesen Punckt in der Anmerkung zum §. 155. gesagt habe.

Den Vorwurf der Weitschweifigkeit befürchte ich nicht, wohl aber den der zu großen Ausführlichkeit in einem Schulbuch.

Allein, wie der gute mündliche Unterricht beym ersten Anfänger gedehnter seyn muß, so muß es, dachte ich, auch der schriftliche seyn. Möge nur die zunehmende Gedrängtheit der folgenden Theile mit der wachsenden Fähigkeit des Schülers dafür in richtiger Proportion stehen.

Der Verfasser.

Innhaltsanzeige.

Erster Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in gemeinen Brüchen.

§. 116. Erklärung der Worte: Bruch, Zähler und Nenner. Eintheilung der Brüche in gemeine und Decimalbrüche. Angabe und Erklärung der gewöhnlichsten, in der Größenlehre gebräuchlichen Abkürzungszeichen.

§. 117. Eintheilung der Brüche in unbenannte und benannte, in eigentliche, Schein- und uneigentliche Brüche — vermischte Zahlen.

§. 118. Brüche sind Quotienten.

§. 119. Wichtige Folgerungen aus dem vorhergehenden §.

§. 120.—126 und §. 150 und 151. Acht Vorbereitungsaufgaben.

§. 120—122. Erste Vorbereitungsaufgabe — das Verkleinern der Brüche.

§. 120. Das gewöhnliche Verkleinern derselben, nebst den Gründen der angegebenen Regeln.

§. 121. Zu zwei Zahlen den größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden.

§. 122. Grund von der Regel des vorigen §.

§. 123. Zweite und dritte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln uneigentlicher Brüche in ganze oder vermischte Zahlen, und der vermischten Zahlen in uneigentliche Brüche. Gründe des angegebenen Verfahrens. Proben dieser beyden Aufgaben.

§. 124. Wie kommen Brüche in die Rechnung? Vierte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln ganzer Zahlen in Brüche. Vollkommene und unvollkommene Theile einer Zahl.

§. 125. Fünfte Vorbereitungsaufgabe — den Werth eines benannten Bruchs in niedrigern Sorten zu finden. Vortheil dabey. Verwandlung eines Bruchs einer höhern Sorte in einen Bruch einer niedrigern.

§. 126. Brüche müssen, um addirt und subtrahirt werden zu können, gleiche Nenner haben. Sechste Vorbereitungsaufgabe. — Brüche zu gleicher Benennung zu bringen. Weitläuftigere Art. Kürzere vermittelst des Generalnenners. Gründe für die Regeln beyder Arten.

§. 150. Siebente Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln eines Bruchs in einen andern von einem bestimmten Nenner oder Zähler.

§. 151. Achte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einem Bruch einer höhern.

§. 127. und §. 152. Von der Addition. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Addiren gebroche-

ner Zahlen. Von der Addition gleichnamigter Brüche. Beyspiel von einer Addition mehrsortiger Posten.

§. 152. Von der Addition ungleichnamigter Brüche.

§. 128 — 131. Von der Multiplication.

§. 128. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Multipliciren gebrochener Zahlen. Erster Hauptfall — wenn einer von beyden Faktoren eine ganze Zahl ist. Regeln für diesen Fall nebst ihren Gründen. Merkwürdiger Satz. Mehrere Vortheile.

§. 129. Zweiter Hauptfall. — wenn beyde Faktoren gebrochene Zahlen sind. Regel und ihre Gründe. Vortheile. Ein Beyspiel, in welchem die Multiplicande mehrsortig ist, und beyde Hanptfälle vorkommen.

§. 130. Eine Aufgabe, zu deren Auflösung mehrere Multiplicationen erfordert werden.

§. 131. Verbindung der Addition mit der Multiplication.

§. 132. — 136 und §. 153. Von der Subtraktion.

§. 132. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Subtrahiren gebrochener Zahlen. Von der Subtraktion gleichnamigter Brüche. Ein Beyspiel, in welchem die Minuende und Subtrahende mehrsortig sind, und verschiedene Fälle vorkommen.

§. 133. Eine Aufgabe, zu deren Auflösung mehrere Subtraktionen erfordert werden.

§. 134. Verbindung der Addition mit der Subtraktion.

§. 135. Verbindung der Multiplication mit der Subtraktion.

§. 136. Verbindung der Addition und Multiplication mit der Subtraktion.

§. 153. Von der Subtraktion ungleichnamigter Brüche.

§. 137. Eigentliche Brüche werden größer, wenn zu ihrem Zähler und Nenner gleiches addirt, und kleiner wenn von ihnen gleiches subtrahirt wird. Bey uneigentlichen Brüchen ist es umgekehrt.

§. 138.—149 u. §. 154. Von der Division.

§. 138. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Dividiren gebrochener Zahlen.

§. 139—141. Von der Division, wenn die Dividende und der Divisor nicht ungleichnamigt sind.

§. 139. Erster Huptfall, wenn die Dividende eine gebrochene, der Divisor hingegen eine ganze Zahl ist. Regeln und Grund derselben. Vortheile. Einfach unreine Brüche.

§. 140. Zweiter Hauptfall, wenn die Dividende eine ganze Zahl und der Divisor gebrochen ist. Regeln und Gründe. Vortheile.

§. 141. Dritter Hauptfall, wenn die Dividende und der Divisor gebrochen sind. Regel und Grund davon. Vortheile. Doppelt unreine Brüche. Ein Beyspiel von einer, mehrere Fälle in sich fassenden Division, bey welcher die Dividende mehrsortig und der Divisor unbenannt ist.

§. 142. Aufgaben, zu deren Auflösung mehrere Divisionen erfordert werden.

§. 143. Verbindung der Addition mit der Division.

§. 144. Verbindung der Multiplication mit der Division. Proben solcher Aufgaben. Gewöhnliche Zinsberechnungen.

§. 145. Verbindung der Subtraktion mit der Division.

§. 146. Verbindung der Addition und Multiplication mit der Division.

§. 147. Verbindung der Addition und Subtraktion mit der Division.

§. 148. Verbindung der Multiplication und Subtraktion mit der Division.

§. 149. Verbindung aller vier Species.

§. 154. Von der Division, wenn Dividende und Divisor ungleichnamigt gleichartig sind.

Zweiter Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in Decimalbrüchen.

§. 155. Was versteht man unter Decimalbrüchen? Woher haben sie diesen Namen?

§. 156. Bezeichnung der Decimal-Brüche. Decimalstellen.

§. 157—163. Sieben Vorbereitungs-aufgaben.

§. 157. Erste Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln der Decimalbrüche in gemeine Brüche.

§. 158. (und 170.) Zweite Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche.

§. 159. Dritte Vorbereitungsaufgabe — Eine benannte, ganze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Decimalbruch einer höhern Sorte zu verwandeln.

§. 160. Vierte Vorbereitungsaufgabe — den Werth eines Decimalbruchs zu finden.

§. 161. Fünfte Vorbereitungsaufgabe — Einen Decimalbruch einer niedrigern Sorte in einen Decimalbruch einer höhern zu verwandeln.

§. 162. Sechste Vorbereitungsaufgabe — das Verkleinern der Decimalbrüche.

§. 163. Siebente Vorbereitungsaufgabe — Decimalbrüche zu gleicher Benennung zu bringen.

§. 164. Von der Adition.

§. 165. — 167. Von der Multiplication.

§. 165. Einen Decimalbruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren. Grund der angegebenen Regel. Vortheil, wenn die ganze Zahl 10,100, 1000 ꝛc. deßgleichen wenn sie 20,300 ꝛc. ist.

§. 166 u. 167. Multiplication der Decimalbrüche mit Decimalbrüchen.

§. 166. Einen Decimalbruch mit einem Decimalbruch nach der

gewöhnlichen Art zu multipliciren. Regel und Grund derselben.

§. 167. Einen Decimalbruch nach der abgekürzten Art mit einem andern zu multipliciren.

§. 169 und 170. Von der Division.

§. 169. Unterscheidung der verschiedenen Fälle. Generalregel für alle Fälle. Grund derselben. Vortheil, wenn der Divisor 10,100,1000 ꝛc. ist.

§. 170. Abgekürzte Division der Decimalbrüche durch Decimalbrüche. Gründe derselben.

Erster Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in gemeinen Brüchen.

---

§. 116.

Die Elle wird bekanntlich in vier gleiche Theile getheilt, welche Theile man Viertel nennt. Hat man nun z. B. drei solche Viertel, so läßt sich diese Zahlengröße auf eine gedoppelte Art bezeichnen. Entweder schreibt man 3 Viertel von einer Elle, oder $\frac{3}{4}$ Ellen, welches letztere ausgesprochen wird: Drei Viertel Ellen. Im erstern Fall hat man eine ganze Zahl 3, im zweiten einen Bruch $\frac{3}{4}$, bey welchem die über dem Querstrich stehende Zahl 3 die eigentliche Rechnungszahl ist, und Zähler, die unter dem Strich stehenden Zahl 4 hingegen Nenner genannt wird, weil sie nur anzeigt, daß vor dem Namen: Ellen, des Zählers 3, wenn er als ganze Zahl geschrieben würde, der Beysatz: Viertel, gesetzt werden müßte.

Wenn also irgend ein Ganzes, z. B. 1 Mltr., 1 Sri., 1 Mß. ꝛc. entweder im gemeinen Leben wirklich in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile eingetheilt, oder auch nur in der Rechnung so eingetheilt gedacht wird, man einen oder mehrere solcher Theile hat, und der Zahl derselben den Namen des Ganzen geben will; so erhält man einen Bruch, der auf obige Art mit zwei Zahlen geschrieben werden muß, von welchen der Nenner immer die Zahl aller Theile des Ganzen, mithin das Ganze selbst, der Zähler aber die Zahl derjenigen Theile angibt, welche man in der Rechnung hat. Das Mltr. glatte Frucht z. B. hat 8 Sri., folgl. können 3 Sri. auch so geschrieben werden: $\frac{3}{8}$ Mltr. Das Sri. hat 4. Vrl., daher 3 Vrl. auch mit $\frac{3}{4}$ Sri., und 1 Schpp. (weil 1 Mß. gleich 4 Schopp.) mit $\frac{1}{4}$ Mß zu bezeichnen sind. Aber nicht blos in die im gemeinen Leben üblichen, sondern in jede beliebige Anzahl gleicher Theile können wir uns irgend ein Ganzes getheilt vorstellen, und deßwegen auch $\frac{3}{19}$ Mltr., $\frac{2}{7}$ Sri, $\frac{3}{11}$ Mß., $\frac{7}{13}$ Ellen ꝛc. in die Rechnung bekommen.

Es gibt gemeine und Decimalbrüche. Die erstern lernen wir in diesem, die letztern im zweiten Abschnitt kennen. Ehe wir aber weiter gehen, wollen wir uns mit den gewöhnlichsten Zeichen, deren man sich, der Kürze halber, in der Größenlehre zu bedienen pflegt, bekannt machen.

1.) Das Zeichen = ist das Zeichen der Gleichheit, und wird ausgesprochen äqual oder gleich, z. B.

2 fl = 120 kr.

2 fl sind áqual 120 kr.

2.) Das Zeichen + ist das Zeichen der Addition und wird ausgesprochen plus, z. B.

3 + 7 = 10

3 plus 7 áqual 10;

3 + 4 + 5 + 8 = 20.

3 plus 4 plus 5 plus 8 áqual 20.

3.) Das Zeichen — ist das Zeichen der Subtraktion und wird ausgesprochen minus, z. B.

10 — 3 = 7

10 minus 3 áqual 7;

12 — 2 — 5 = 5.

12 minus 2 minus 5 áqual = 5

Dieß letzte Beyspiel könnte auch so stehen:

12 — (2 + 5) = 5

12 minus der Summe von 2 + 5 áqual 5.

4.) Die Zeichen × und . sind die Zeichen der Multiplication, und werden ausgesprochen mal, z. B.

3 × 4 = 12

oder 3 . 4 = 12

3 mal 4 áqual 12;

3 × 7 × 4 — 84

oder 3 . 7 . 4 = 84

3 mal 7 mal 4 áqual 84;

(5 + 7 — 2) × 5 = 50

oder (5 + 7 — 2) . 5 = 50

oder (5 + 7 — 2) 5 = 50

Zu 5 die Zahl 7 addirt, von dieser Summe 2 abgezogen und der Rest mit 5 multiplicirt ist áqual 50.

$$(12 - 3) \times (10 + 1) = 99$$

oder $(12 - 3) \cdot (10 + 1) = 99$

oder $(12 - 3)\,(10 + 1) = 99$

Mit 12 — 3 die Summe 10 + 1 multiplicirt ist åqual 99.

$$[(2 + 5 - 3) \times 2 + 10]\ 3 = 54$$

Zu 2 die Zahl 5 addirt, von dieser Summe 3 subtrahirt, dieser Rest mit 2 multiplicirt, zum Produkt 10 addirt nnd diese Summe mit 3 multiplicirt ist åqual 54.

5.) Das Zeichen : ist das Zeichen der Division, und wird ausgesprochen dividirt durch, z. B.

$$6 : 3 = 2$$

6 dividirt durch 3 åqual 2.

Der Divisor soll in der Folge immer hinter dem Zeichen stehen. Noch ein anderes Divisionszeichen werden wir bald in §. 119 Nro. 2. kennen lernen.

$$(6 + 2) : 4 = 2$$

die Summe 6 plus 2 dividirt durch 4 åqual 2.

$$[(8 - 3 + 5) \cdot (7 - 2)] : (30 - 8 + 3) = 2$$

Von 8 die Zahl 3 subtrahirt, zum Rest 5 addirt, diese Summe mit 7 — 2 (d. i. mit 5) multiplicirt, und dieß Produkt dividirt durch die Zahl, die entsteht, wenn 8 von 30 abgezogen werden und zu diesem Rest 3 addirt wird, ist åqual 2.

§. 117.

Wie die Zahlen überhaupt (§. 16) entweder unbenannt oder benannt sind, so sind es auch die Brüche. $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{7}$ sind unbenannte $\frac{3}{4}$ fl, $\frac{1}{7}$ Mtr. hingegen benannte Brüche.

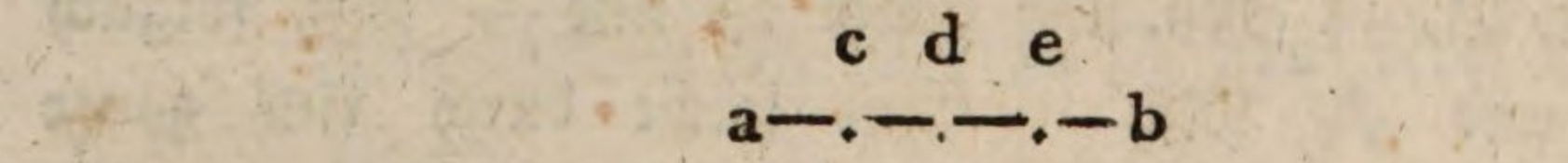
Ist nun bey diesen sowohl als bey jenen der Zähler kleiner als der Nenner, so hat man in der Rechnung nicht alle Theile die zum Ganzen gehören, folglich weniger als das Ganze, oder einen eigentlichen (ächten) Bruch. So fehlen zu $\frac{3}{11}$ Mß noch $\frac{8}{11}$ Mß, um $\frac{11}{11}$ Mß, d. h. Eine ganze Mß zu haben. Sind demnach Zähler und Nenner gleich, so ist der Bruch gleich 1, und heißt in diesem Fall ein Scheinbruch. Ist endlich der Zähler größer als der Nenner, so hat man mehr Theile in der Rechnung, als zum ganzen erfordert werden, folglich mehr als das Ganze, oder einen uneigentlichen (After- oder Bastard-) Bruch. Z. B. $\frac{13}{11}$ Mß. sind gleich $\frac{11}{11}$ und $\frac{2}{11}$ Mß, folglich gleich 1 und $\frac{2}{11}$ Mß. Eine solche durch eine ganze Zahl und durch einen Bruch ausgedruckte Zahlengröße heißt eine vermischte Zahl. Der Bruch wird unmittelbar neben die ganze Zahl geschrieben und dadurch als zu derselben addirt betrachtet. $3\frac{1}{4}$ Ohm z. B. bedeutet 3 Ohm und $\frac{1}{4}$ von einer Ohm.

§. 118.

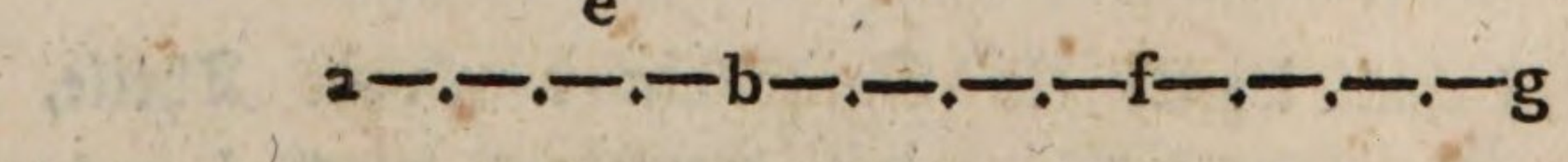
Theilt man irgend ein Ganzes in 2 gleiche Theile, so erhält man die Hälfte, welche als Bruch durch $\frac{1}{2}$ aus-

gedruckt wird, indem ja, nach §. 116, der Nenner 2 anzeigt, daß das Ganze in 2 gleiche Theile getheilt ist, und der Zähler 1, daß man Einen von diesen beyden gleichen Theilen in der Rechnung habe. Nun geschieht aber bekanntlich das Theilen einer Zahl in gleiche Theile durch Division mit der Anzahl der gleichen Theile, in welche getheilt werden soll; daher ist der Nenner eines Bruchs, dessen Zähler 1 ist, der Divisor, der Zähler 1 die Dividende, und der Bruch selbst der Quotient aus dem Nenner in den Zähler. Beym Bruch $\frac{1}{5}$ ist mithin 5 der Divisor, 1 die Dividende und $\frac{1}{5}$ der Quotient.

Wenn aber auch der Zähler des Bruchs nicht 1, sondern irgend eine andere Zahl ist; so kann dennoch diese Vorstellungsart beybehalten und der Bruch als Quotient aus dem Nenner in den Zähler angesehen werden. Der Bruch $\frac{3}{4}$ zeigt an, daß das Ganze, z. B. die Linie ab in die 4 gleichen Theile ac, cd, de und eb getheilt



worden sey, und daß man 3 dieser Theile habe, z. B. die Länge a e. Diese nämliche Länge a e wird aber ebenfalls erhalten, wenn man die Linie ab, welche in der Rechnung, als das Ganze, durch 1 ausgedruckt ist, 3 mal, und von diesem Dreifachen, von



ag den vierten Theil nimmt, d. h. mit 4 in 3 divi-

dirt. *) Ein jeder Bruch ist also der wirkliche Quotient aus dem Nenner in den Zähler.

§. 119.

Wir ziehen hieraus einige wichtige Folgerungen:

1.) Bleibt bey einer Division in ganzen Zahlen ein Rest, zieht man, wie es §. 68 gelehrt wurde, unter denselben einen Strich, und schreibt den Divisor darunter, so erhält man einen eigentlichen Bruch, und vollendet auf diese Art die Division, indem dieser Bruch das dem Quotienten noch fehlende ergänzt, was aus folgendem kleinen Beyspiel noch deutlicher erhellen wird:

4 Kinder sollen 9 Aepfel gleich unter sich theilen; wie viel erhält Ein Kind?

Antwort: 2 $\frac{1}{4}$ Aepfel.

Aepfel.

9 | 4
8 | 2 $\frac{1}{4}$ Aepfel.
$\frac{1}{4}$

---

*) Die Anwendung dieser Vorstellungsart auf Schein- und uneigentliche Brüche ist dem mündlichen Vortrag überlassen.

Der übrig bleibende Eine Apfel muß nämlich noch in 4 gleiche Theile getheilt werden, was, nach dem Bisherigen, durch den Bruch $\frac{1}{4}$, als durch den Quotienten von 4 in 1 ausgedruckt ist.

2.) Da ein Bruch eine durch Zeichen verrichtete Division ist, so kann auch jede zu verrichtende Division, wenn man sie (gewisser Vortheile halber, die wir weiter unten werden kennen lernen) nicht wirklich vornehmen will, in Bruchform ausgedruckt werden, indem man an die Stelle des Zählers die Dividende und an die Stelle des Nenners den Divisor schreibt. Es ist $6 : 3 = \frac{6}{3}$.

3.) Da der Quotient aus 1 in irgend eine Dividende eben so groß als die Dividende selbst ist, so gleichen auch Brüche, deren Nenner 1 ist, ganzen Zahlen, die eben so groß als die Zähler dieser Brüche sind. So ist z. B. $\frac{13}{1} = 13$.

4.) Je kleiner der Zähler als der Nenner ist, desto kleiner ist der eigentliche Bruch, je näher der Zähler dem Nenner kommt, desto näher kommt auch der Bruch einem Scheinbruch, d. h. 1; je größer endlich der Zähler als der Nenner ist, desto größer ist auch der uneigentliche Bruch.

5.) Da immer der nämliche Quotient zum Vorschein kommt, wenn man mit 6 in 18, mit 12 (d. h. mit 2×6) in 36 (d. h. in 2×18) ferner mit 2 (d. h. mit dem 3ten Theil von 6) in 6

(d. h. in den 3ten Theil von 18) kurz, mit dem 1, 2, 3, 4 ꝛc. fachen Divisor in die eben so vielfache Dividende, oder auch mit dem ganzen Divisor, mit der Hälfte, mit dem Drittel ꝛc. desselben in die Hälfte, in das Drittel ꝛc. derselben dividirt: so bleiben auch Brüche, da sie Quotienten sind, ihrem Werth nach unverändert, wenn ihr Zähler sowohl als ihr Nenner mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt wird.

$$\text{So ist } \tfrac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \tfrac{10}{15};$$

$$\text{und } \tfrac{25}{75} = \frac{25 : 25}{75 : 25} = \tfrac{1}{3}.$$

Durch das Multipliciren des Zählers und Nenners mit der nämlichen Zahl wird der Bruch, den Zahlen nach, vergrößert, durch das Dividiren hingegen, den Zahlen nach, verringert. Das Letztere nennt man deßwegen das Verkleinern oder Abkürzen, auch das Aufheben der Brüche, worinn sich ein jeder, der in gebrochenen Zahlen mit Leichtigkeit rechnen lernen will, bey Zeiten eine ziemliche Fertigkeit erwerben muß.

Vorbereitungsaufgaben.

§. 120.

Bey diesem Verkleinern der Brüche kommt darauf an, eine Zahl aufzufinden, die sowohl im

Zähler als im Nenner aufgeht, mit der folglich in beyde, ohne daß ein Rest bleibt, dividirt werden kann. Eine solche Zahl die in zwei andern aufgeht heißt der gemeinschaftliche Divisor derselben. Ehe aber die Regeln zu seiner Auffindung gegeben werden können, müßen einige Betrachtungen über die Theilbarkeit der Zahlen überhaupt vorangehen. Unter der unendlich großen Menge möglicher Zahlen gibt es sehr viele, die durch keine andern, als durch sich selbst und durch 1 ohne Rest theilbar sind; man nennt sie Primzahlen. Von dieser Art sind 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ꝛc. Alle übrigen heißen zusammengesetzte, indem sie Produkte sind, deren Faktoren aus lauter Primzahlen bestehen, die deßwegen auch die einfachen Theiler der zusammengesetzten Zahl heißen. So ist z. B. die Zahl 96437 ein Produkt aus den Primzahlen 11, 11 und 797; 11 und 797; 11 und 797 sind folglich die einfachen Theiler von 96437. Wie man finden könne ob eine Zahl eine Primzahl, oder eine zusammengesetzte sey, und was für Theiler sie im letztern Fall habe, ist ausführlich zu zeigen, hier der Ort nicht. Nur einige wenigen, zu unserm Zweck dienlichen Regeln sollen sogleich folgen. Man hat zwar Tafeln, in welchen die Primzahlen und die einfachen Theiler der zusammengesetzten von 1 bis 100000 und drüber mitgetheilt sind; sie sind aber, obgleich sonst von großem, doch fürs gewöhnliche, ausübende Rechnen von keinem erheblichen Werth.

Ob nun irgend eine Zahl durch die Primzahlen 2, 3, 5, oder durch die Zahlen 9 und 4 theilbar sey, oder nicht, kann man ihr so ziemlich auf den ersten Blick ansehen, denn

1.) ist die letzte Ziffer zur Rechten eine gerade, d. h. eine solche Zahl, deren Hälfte eine ganze Zahl ist, nämlich 2, 4, 6 oder 8; so ist die Zahl selbst durch 2 theilbar, z. B.

2) $\frac{304}{152}$

2.) ist die letzte Ziffer 5, so geht 5 auf, z. B.

5) $\frac{7005}{1401}$

3.) sind die letzten Ziffern 0,00,000 ꝛc. so dividirt ohne Rest 10,100,1000 ꝛc. deßgleichen auch 2 und 5 z. B.

10) $\frac{30}{3}$; 2) $\frac{30}{15}$; 5) $\frac{30}{6}$;

1000) $\frac{6000}{6}$; 2) $\frac{6000}{3000}$, 5) $\frac{6000}{1200}$

4) ist die Summe der einzelnen Ziffern einer Zahl ohne Rücksicht auf ihre Ordnung durch 9 oder durch 3 theilbar; so geht auch im erstern Fall 9 und 3, im letztern 3 in der Zahl selbst auf, z. B.

9) $\frac{783}{87}$ (d. Summe ist 18

3) $\frac{783}{261}$

3) $\frac{993}{331}$ (d. Summe ist 21)

5.) können die 2 letzten Ziffern einer Zahl durch 4 getheilt werden, so ist dieß auch bey der ganzen Zahl möglich, z. B.

4) $\frac{6372}{1593}$ (72 ist durch 4 theilbar)

6.) gehen endlich in einer Zahl, nach den bisherigen Sätzen, 2 oder mehrere Zahlen zugleich auf, z. B. 2 und 3, oder 3 und 4, oder 3 und 5, oder 2, 3 und 5, und lassen sich nicht zwei oder mehrere solcher Theiler wieder durch irgend eine Zahl ohne Rest dividiren, wie dieß z. B. bey 2 und 4, oder 5 und 10 der Fall wäre; so ist auch jene erste Zahl durch das Produkt einiger oder aller ihrer kleineren Theiler von dieser Art ohne Rest theilbar. Da z. B. in 570 (nach Nro. 3) die Zahl 2 und 5, aber auch (nach Nro. 4) die Zahl 3 aufgeht, es auch keine Zahl gibt, durch welche 2 und 5, oder 3 und 5, oder 2 und 3 ohne Rest dividirt werden könnten; so müssen auch die Produkte $2 \times 5 = 10$, $3 \times 5 = 15$, $2 \times 3 = 6$ und $2 \times 3 \times 5 = 30$ in 570 aufgehen. Eine durch 3 theilbare Zahl ist daher immer auch durch 6 theilbar, wenn sie eine gerade Zahl ist, durch 12, wenn sich ihre zwei letzten Ziffern durch 4 dividiren lassen, und durch 15, wenn ihre letzte Ziffer 5 oder 0 ist z. B.

6846 ist eine gerade Zahl durch 3 theilbar, daher auch durch 6

6) $\frac{6846}{1141}$

684 ist durch 3 und 4 theilbar, daher auch durch 12

$12 \overline{)} \frac{684}{57}$

69555 ist durch 3 und 5 theilbar, daher auch durch 15

$15 \overline{)} \frac{69555}{4637}$

540 ist durch 2, 3 und 5 theilbar, daher auch durch 30

$30 \overline{)} \frac{540}{18}$ *)

Die Gründe für die Richtigkeit dieser Sätze sind folgende:

1.) Daß jede einfache, gerade Zahl, 2, 4 ꝛc. deßgleichen 10 durch 2 ohne Rest sich theilen lasse, lehrt der Anfang des Eins in Eins. Geht aber irgend eine Zahl in einem der Faktoren, oder in allen Posten einer andern auf, so geht sie auch in der Zahl selbst auf. Nun läßt sich jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, wenn diese Ziffer abgeschnitten und an ihre Stelle eine Null gesetzt wird, in 2 Posten zerlegen, von welchen der eine, nämlich die abgeschnittene Ziffer an und für sich selbst, der andere aber deßwegen durch 2 theilbar

---

*) Noch mehrere Regeln für die Theilung mit 7, 8, 11, 13, 17 ꝛc. anzugeben, dürfte zwecklos seyn, da ihre Anwendung offenbar mehr Zeit erfordert, als das Rechnen mit den nicht verkleinerten Brüchen selbst.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

6.) Zwei oder mehrere Zahlen, z. B. die obigen 2, 3 und 5, von denen sich nicht zwei oder mehrere durch irgend eine Zahl ohne Rest dividiren lassen, können in keiner kleinern Zahl als in ihrem Produkt, 30, zugleich aufgehen, aber auch in keiner größern als in einem Vielfachen ihres Produkts. Gehen sie daher in einer Zahl zugleich auf, so muß dieselbe entweder ihr Produkt, 30, selbst, oder ein Vielfaches davon seyn. Im erstern Fall hat man in jenen Zahlen alle wirkliche Faktoren, im letztern gehören sie zu den wirklichen Faktoren derjenigen Zahl, in welcher sie zugleich aufgehen. So ist die Zahl 570, in welcher 2, 3 und 5 aufgehen, ein Vielfaches von dem Produkt derselben, von 30, nämlich = 30 × 19. Wirkliche Faktoren dieser Zahl sind mithin 2, 3, 5 und 19
oder 6, 5 und 19
oder 10, 3 und 19
oder 15, 2 und 19
oder 30, und 19
6, 10, 15 und 30 müssen daher ebenfalls in 570 aufgehen, weil ja jeder Faktor in seinem Produkt aufgehen muß.

Eine durch 3 und 2 zugleich theilbare Zahl muß folglich auch durch 6, eine durch 3 und 4 zugleich theilbare auch durch 12, und eine durch 3 und 5 zugleich theilbare auch durch 15 theilbar seyn, weil weder zu 3 und 2, noch zu 3 und 4, noch zu 3 und 5 eine Zahl aufgefunden werden kann, die in beyden aufgeht.

Soll nun ein Bruch verkleinert werden, so überlegt man, welcher von diesen Sätzen auf den Zähler sowohl als auf den Nenner eine Anwendung leidet, d. h. man sucht vermittelst der Erinnerung an diese Sätze einen gemeinschaftlichen Divisor auf, schreibt ihn wohl auch durch eine Klammer abgesondert rechter Hand oben zu dem Bruch, dividirt damit wirklich in den Zähler und Nenner, und erhält so den verkleinerten Bruch, der sich nicht selten durch 1, 2 ꝛc. maliges Wiederholen der nämlichen Verfahrungsart noch mehr abkürzen läßt z. B.

$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ (1ter Satz); $\frac{24}{30} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ (1ter, 3ter und 4ter Satz);

$\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ (2ter Satz); $\frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ (2ter und 3ter Satz);

$\frac{600}{1000} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (3ter und 1ter Satz); $\frac{50}{2000} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$ (3ter u. 2ter Satz.)

$\frac{98523}{100008} = \frac{10947}{11112} = \frac{3649}{3704}$ (4ter Satz);

$\frac{127472}{986336} = \frac{31868}{246584} = \frac{7967}{61646}$ (5ter Satz);

$\frac{348}{372} = \frac{29}{31}$ (6ter Satz).

Findet hingegen keiner jener Sätze auf einen vorliegenden Bruch seine Anwendung, so kann man das Aufheben mit den Primzahlen 7, 11, 13 ꝛc. probiren. Da aber viele Brüche gar nicht und andere nur durch große Primzahlen, auf die man oft durch tagelanges Versuchen nicht kommen würde, abgekürzt werden können; so ist es in einem solchen Fall vortheilhafter, mit den unabgekürzten Brüchen, wenn gleich mühsamer, in Geduld fortzurechnen, als aufs Ungewisse hin durchs Probiren ihrer Verkleinerung viele Zeit zu verwenden. Im nächsten §. wird zwar eine Verfahrungsart vorgetragen werden, vermittelst der man mit voller Gewißheit finden kann, ob ein Bruch verkleinert werden kann, und welches in diesem Fall der gröſßte gemeinschaftliche Divisor des Zählers und Nenners ist: aber auch dieß Verfahren ist in 100 Fällen kaum einmal wegen seiner Weitläuftigkeit mit Vortheil anzubringen, obgleich die Aufgabe in einer andern Hinsicht, die wir erst in der Folge werden kennen lernen, von großer Wichtigkeit ist. *)

Daß es Brüche geben kann, deren Verkleinerung unmöglich ist, ist schon daraus erkennbar, daß ja der Zähler

---

*) Diese Aufgabe, nicht gerade zum Zähler und Nenner eines Bruchs, sondern überhaupt zu 2 Zahlen den gröſßten gemeinschaftlichen Divisor zu finden, ist hauptsächlich zum Verkleinern vielzahligter, wichtiger und oft vorkommender Verhältniße zu gebrauchen. In dieser Hinsicht erhielt sie im folgenden §. eine Stelle, da ich keine schicklichere für sie finden konnte.

ler sowohl als der Nenner eines eigentlichen oder uneigentlichen Bruchs Primzahlen seyn können. Wenn aber auch nur einer von beyden, ja sogar keiner von beyden dieß ist; so folgt daraus doch noch nicht, daß der Bruch verkleinert werden kann. Ist nämlich im ersten Fall diejenige von beyden Zahlen, welche keine Primzahl ist, nicht gerade ein Vielfaches von der andern, und haben, im letztern Fall, nicht beyde wenigstens Einen Theiler gemein; so ist die Abkürzung ebenfalls unmöglich. In beyden Fällen heißen die 2 Zahlen Primzahlen unter sich. Für den ersten Fall können die Brüche $\frac{13}{30}$ und $\frac{12}{13}$, für den zweiten die Brüche $\frac{39}{58}$ und $\frac{22}{51}$ als Beyspiele dienen. Es hat nämlich 39 die Primzahlen 13 und 3, 58 die Primzahlen 29 und 2, 22 die Primzahlen 11 und 2, und 51 die Primzahlen 17 und 3 zu einfachen Theilern.

§. 121.

Um zu irgend 2 ungleichen Zahlen, z. B. zum Zähler und Nenner eines eigentlichen oder uneigentlichen Bruchs, einen größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden, beobachte man folgende Regel:

Dividire mit der kleinern Zahl in die größere, also mit dem Zähler in den Nenner, wenn es ein eigentlicher, und mit dem Nenner in den Zähler, wenn es ein uneigentlicher Bruch ist. Geht

diese Division auf, so ist die kleinere der gegebenen Zahlen selbst gleich der gesuchten, indem sie ja sowohl in sich selbst, wie jede Zahl, als auch in der größern aufgeht. Bleibt hingegen bey jener Division ein Rest, so dividire mit diesem in den vorhergehen Divisor, und beobachte, wenn auch diese Division nicht aufgehen sollte, dieses Verfahren so lange, biß endlich kein Rest mehr übrig bleibt. Der letzte Divisor nun, der im vorletzten aufgeht, ist beyder Zahlen **größter gemeinschaftlicher** Divisor.

Beyspiele:

1.) Die Zahlen seyen $\frac{5}{6}\frac{13}{12}$, so ist nach folgender Rechnung die Zahl 9, welche als letzter Divisor in dem vorletzten, in 18 aufgeht, größter gemeinschaftlicher Divisor dieser 2. Zahlen.

612 | 513
513 | 1
513 | 99
495 | 5
99 | 18
90 | 5
18 | 9
18 | 2

Dividirt man nun mit diesem gefundenen größten gemeinschaftlichen Divisor wirklich in den Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs $\frac{513}{612}$,

513	9
45	57
63	
63	
0	

612	9
54	68
72	
72	
0	

so erhält man dadurch den möglichst verkleinerten Bruch $\frac{57}{68}$, welche 2 Zahlen Primzahlen unter sich sind.

2.) Es seye der möglichst zu verkleinernde uneigentliche Bruch $\frac{74151}{58585}$, so ist der größte gemeinschaftliche Divisor 39, indem

74151	585
585	1
1561	156
468	3
1561	117
117	1
117	39
117	3
0	

diese Zahl als letzter Divisor im vorletzten, in 117 aufgeht, und sich auch wirklich 741 sowohl als 585 dadurch ohne Rest dividiren lassen.

741	39	585	39
39	19	39	15
351		195	
351		195	
0		0	

Der möglichst verkleinerte Bruch ist mithin $\frac{19}{15}$, und die Zahlen 19 und 15 sind also Primzahlen unter sich.

3.) Sehr oft ist es der Fall, daß man bey diesem Verfahren zum letzten aufgehenden Divisor und folglich als größten gemeinschaftlichen Divisor 1 erhält. Nun ist, wenn mit 1 in irgend eine Zahl dividirt wird, der Quotient immer so groß, als die Dividende, und mithin der Bruch, dessen Zähler und Nenner durch keinen größern gemeinschaftlichen Divisor als durch 1 dividirt werden kann, unverkleinerbar, d. h. die beyden Zahlen sind Primzahlen, wenigstens unter sich.

So erscheint beym Bruch $\frac{182339}{217001}$ als größter gemeinschaftlicher Divisor 1, daher dieser Bruch nicht verkleinert werden kann.

217001	182339
182339	1

182339	34662
173310	5

34662	9029
27087	3

9029	7575
7575	1
1454	

7575	1454
7270	5

1454	305
1220	4

305	234
234	1

234	71
213	3

71	21
63	3
8	

21	8
16	2

8	5
5	1

5	3
3	1

3	2
2	1

1	1
1	1
0	

§. 122.

Daß man nach der im vorigen §. angegebenen Regel immer eine Zahl findet, die in beyden gegebenen aufgeht, hat einstweilen die Erfahrung an den vorgekommenen Beyspielen gezeigt. Wir wollen nun aber auch untersuchen, warum die auf solche Art gefundene Divisoren gemeinschaftlich, und dann, warum sie auch größte gemeinschaftliche Divisoren seyn müssen.

Wäre im zweiten Beyspiel 585 in 741 aufgegangen, so wäre es selbst einmal gemeinschaftlicher Divisor, weil es sowohl in sich selbst als, nach der Voraussetzung, auch in 741 ohne Rest dividirt werden könnte; aber auch größter gemeinschafftlicher Divisor, weil ja in der Zahl 585 keine größere als sie selbstaufgehen kann. Da nun aber 585 in 741 nicht aufgeht, sondern 156 zum Rest läßt, so löse man beyde Zahlen in ihre Bestandtheile auf. Es ist nämlich, nach §. 74.

1.) $585 \times 1 + 156 = 741$,
2.) $156 \times 3 + 117 = 585$,
3.) $117 \times 1 + 39 = 156$,
4.) $39 \times 3 = 117$,

folglich auch, nach N° 3 und 4,

5.) $39 \times 3 \times 1 + 39 = 156$,

ferner, nach N° 2, 5 und 4,

6. $\begin{cases} (39 \times 3 \times 1 + 39) \times 3 + (39 \times 3) = 585, \\ \text{oder, weil } 39 \text{ auch} = 39 \times 1, \\ [(1 \times 3 \times 1 + 1 + 1)\ 3]\ 39 = 585, \end{cases}$

und endlich, nach N° 1, 6 und 5.

7.) $\begin{cases} [(39 \times 3 \times 1 + 39) \times 3 + (39 \times 3)] \times 1 + \\ \quad + (39 \times 3 \times 1 + 39) = 741, \\ \text{oder, weil wiederum } 39 = 39 \times 1, \\ [(1 \times 3 \times 1 + 1 + 1) 3 \times 1 + (1 \times 3 \times 1 + 1)] \\ \quad \times 39 = 741. \end{cases}$

Aus N° 6 und 7 erhellt deutlich, daß die Zahl 39 Faktor von beyden Zahlen, von 585 und 741 ist, daß diese beyden Zahlen keinen größern gemeinschaftlichen Faktor haben, und daß folglich 39 der größte gemeinschaftliche Divisor seyn muß. Die nämliche Schlußfolge läßt sich bey jedem Exempel dieser Art anbringen. *)

§. 123.

In den letzten §. §. beschäfftigten wir uns mit der ersten Vorbereitungsaufgabe in gebrochenen Zahlen, nämlich mit dem Verkleinern der Brüche. Wir gehen jetzt zur 2ten und 3ten, und lernen, wie uneigentliche Brüche in ganze oder vermischte Zahlen, und umgekehrt vermischte Zahlen in uneigentliche Brüche zu verwandeln sind.

1.) Da, nach §. 117, ein uneigentlicher Bruch einen größern Zähler als Nenner hat, und, nach §. 118,

---

*) Hat der Lehrer nicht mehrere fähige und zugleich wißbegierige Köpfe unter seinen Schülern, so wird er wohl thun, wenn er in einem solchen Jahr diesen Beweis völlig übergeht, was um so eher geschehen kann, da diese Auslassung den Zusammenhang des Ganzen nicht stöhrt.

der Zähler die Dividende und der Nenner der Divisor ist; so dividire man mit dem Nenner wirklich in den Zähler. Geht diese Division auf, so zeigt der Quotient die ganze Zahl an, welche dem gegebenen uneigentlichen Bruch gleich ist. Bleibt aber bey dieser Division ein Rest, so wird, wie gewöhnlich der Divisor als Nenner unter denselben geschrieben, dieser Bruch an den Quotienten angehängt, und dadurch die vermischte Zahl erhalten, welche dem uneigentlichen Bruche gleicht.

Beyspiele:

1.) Der uneigentliche Bruch sey $\frac{27}{3}$ so ist, da 3 in 27

$$\begin{array}{r|l} 27 & \frac{27}{3} \\ \hline 27 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

9 mal geht, die ganze Zahl $9 = \frac{27}{3}$

2.) Der uneigentliche Bruch sey $\frac{517}{23}$, so ist, da 23 in 517

$$\begin{array}{r|l} 517 & \frac{517}{23} \\ 46 & \\ \hline 57 & \\ 46 & \\ \hline 11 & \end{array}$$

22 mal geht, und 11, die noch

23

durch 23 dividirt werden sollen, übrig bleiben, die vermischte Zahl $22\frac{11}{23} = \frac{517}{23}$

2.) Ist im Gegentheil eine vermischte Zahl in einen uneigentlichen Bruch zu verwandeln, so darf man dieß Verfahren nur umkehren, die ganze Zahl mit dem Nenner des angehängten Bruchs multipliciren, zu diesem Produkt den Zähler addiren, und den Nenner darunter schreiben.

Beyspiele:

1.) Es sey die vermischte Zahl $31\frac{4}{7}$, so ist, da

$$\begin{array}{r} 31\frac{4}{7} \\ 7 \\ \hline 217 \\ 4 \text{ addirt} \\ \hline 221 \\ \hline 7 \end{array}$$

31 mal 7 = 217 ist, und 4 dazu addirt 221 gibt, $\frac{221}{7} = 31\frac{4}{7}$. Der Nenner, 7, muß nicht gerade, wie es hier, der Deutlichkeit wegen, geschehehen ist, unter die ganze Zahl, 31, untergeschrieben, und der Zähler, 4, kann, während der Multiplication im Kopf addirt werden, indem man spricht: 7 mal 1 ist 7 und 4 ist 11 ꝛc.

Prüfung.

$$
\begin{array}{r|l}
185 & \\
\hline
185 & 7 \\
14 & \hline 26\frac{3}{7} \\
\hline
45 & \\
42 & \\
\hline
3 & \\
\hline
7 &
\end{array}
$$

§. 124.

Ehe wir zur 4ten Vorbereitungsaufgabe, zum Verwandeln ganzer Zahlen in Brüche übergehen, wollen wir die Frage: Wie kommen Brüche in die Rechnung? — beantworten. Es geschieht dieß auf dreyerley Art.

1.) Nicht selten sind die Brüche in der Aufgabe selbst unmittelbar gegeben. Dieß wäre z. B. der Fall, wenn gefragt würde: Unter 6 Personen sollen $3\frac{3}{4}$ Mltr. Frucht gleich vertheilt werden, wie viel bekommt Eine?

2.) Nicht weniger selten entstehen die Brüche erst während der Rechnung. Dieß ist immer der Fall, wenn entweder eine Division nicht aufgeht, und mit dem Quotienten, der also eine vermischte Zahl ist, noch weitere Veränderungen vorgenommen werden sollen, oder wenn, der Natur

der Aufgabe nach, mit einem größern Divisor in eine kleinere Dividende zu dividiren ist, wodurch, nach §. 118 und 117, ein eigentlicher Bruch entsteht.

Beyspiel zum 1ten Fall:

Zwey Bettler haben zusammen 7 fl erbettelt. Nach vorgenommener Theilung legt jeder das Seinige in eine Glücksbude. Der ältere zieht 3 mal, der jüngere 5 mal so viel, als er einlegte; wie viel hat jeder?

Hier muß offenbar zuerst mit 2 in 7 dividirt, und dann der Quotient, welcher $3\frac{1}{2}$ ist, so wohl mit 3 als mit 5 multiplicirt werden.

Beyspiel zum 2ten Fall:

9 Kinder bekommen von ihrem Vater 8 fl. geschenkt. Carl der vorher schon 3 hatte, möchte ein Buch kaufen, das 5 fl kostet; wie viel fehlt ihm noch?

Da hier mit 9 in 8 dividirt werden soll, so entsteht der eigentliche Bruch $\frac{8}{9}$ fl.

3.) Da endlich, ob es gleich den meisten Anfängern unglaublich vorkommt, in sehr vielen Fällen mit Brüchen leichter und kürzer als mit ganzen Zahlen zu rechnen ist; so bringt man häufig, statt der in der Aufgabe angegebenen ganzen Zahlen, absichtlich Brüche in die Rechnung, die

$$\frac{17 \text{ kr.}}{20} \qquad \frac{340}{20} \text{ kr.} = \frac{34}{2} \text{ kr.} = 17 \text{ kr.}$$

c.) * Soll endlich eine benannte, ganze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, z. B. eine Anzahl kr. in einen Guldenbruch, oder eine Anzahl Maße in einen Viertel = Ohm = oder Fuderbruch verwandelt werden: so schreibt man unter die gegebene ganze Zahl diejenige als Nenner, welche anzeigt, wie viel Einheiten von der geringern Sorte auf die höhern gehen, und verkleinert dann diesen Bruch, wenn es sich thun läßt, so sehr als möglich.

Beyspiele:

1.) Welchem Guldenbruch gleichen 21 kr. ?

*) Da eine gewisse Gewandtheit in der Auflösung dieser Aufgabe fürs schnelle Rechnen überhaupt, also auch besonders fürs Kopfrechnen einen sehr großen Vortheil gewährt; so versäume man es ja nicht, den Schülern diese Gewandtheit durch häufige Beyspiele, so wie ihrem Gedächtniß die aliquoten Theile der am häufigsten vorkommenden Sorten beyzubringen.

Antwort: dem Bruch $\frac{7}{20}$ fl.

Da 60 kr. auf 1 fl gehen, folglich 1 kr. = $\frac{1}{60}$ fl ist; so sind auch 21 kr. = $\frac{21}{60}$ $\frac{3}{}$ fl. = $\frac{7}{20}$ fl.

2.) Welchem Ohmbruch (Durlacher Eich) gleichen 45 Maße?

Antwort: dem Bruch $\frac{5}{8}$ Ohm.

Da 72 Mß. auf 1 Ohm gehen, folglich 1 Mß. = $\frac{1}{72}$ Ohm ist; so sind 45 Mß = $\frac{45}{72}$ $\frac{9}{}$ = $\frac{5}{8}$ Ohm.

3.) Welchem Malterbruch gleichen 244 Sri. glatte Frucht? (Durlacher Mß.)

Antwort: dem Bruch $\frac{61}{2}$ Mltr.

Da 8 Sri. auf 1 Mltr. gehen, folglich 1 Sri. = $\frac{1}{8}$ Mltr. ist; so sind 244 Sri. = $\frac{244}{8}$ $\frac{4}{}$ = $\frac{61}{2}$ Mltr.

4.) Welchem Guldenbruch gleicht der Kronenthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{20}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche zte ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 3te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{\smile}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{\smile}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{\smile}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{100}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}^{15}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}^{30}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}^{12}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{20}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche zte ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche zte ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 3te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{)}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{)}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{)}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 3te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}^{15}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}^{30}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}^{12}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 2te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

10 kr. = $\frac{1}{6}$ fl; 6 kr. = $\frac{1}{10}$ fl;
5 kr. = $\frac{1}{12}$ fl; 4 kr. = $\frac{1}{15}$ fl;
3 kr. = $\frac{1}{20}$ fl; 2 kr. = $\frac{1}{30}$ fl;
deßgleichen
$7\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{8}$ fl; $6\frac{2}{3}$ kr. = $\frac{1}{9}$ fl;
$2\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{24}$ fl ꝛc.

Die Durlacher Ohm enthält 72 Mß. Daher sind vollkommene Theile der Durlacher Ohm

36 Mß. = $\frac{1}{2}$ Ohm; 24 Mß. = $\frac{1}{3}$ Ohm;
18 Mß. = $\frac{1}{4}$ Ohm; 12 Mß. = $\frac{1}{6}$ Ohm;
9 Mß. = $\frac{1}{8}$ Ohm; 8 Mß. = $\frac{1}{9}$ Ohm;
6 Mß. = $\frac{1}{12}$ Ohm ꝛc.
deßgleichen
$14\frac{2}{5}$ Mß. = $\frac{1}{5}$ Ohm; $10\frac{2}{7}$ Mß. = $\frac{1}{7}$ Ohm ꝛc.

Auf diese Art kann man sich auch die vollkommener Theile anderer Sorten, z. B. des Pfundes, des Mltrs ꝛc. bekannt machen.

§. 125.

Das Entgegengesetzte von diesem Verwandeln einer ganzen Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern lernen wir in der 5ten Vorbereitungsaufgabe. Sehr oft will man nämlich wissen, wie viel Einheiten einer niedrigern Sorte in einem Bruch einer höhern enthalten sind, z. B. wie viel Kreuzer $\frac{3}{4}$ fl, wie viel Pfennige $\frac{7}{11}$ kr, wie viel Vrtl. und

Mß. $\frac{4}{7}$ Ohm ausmachen. Man nennt dieß den Werth eines Bruchs finden — eine Aufgabe, welche wir im Grunde schon im ersten Curs, §. 75, wenn gleich nicht unter diesem Namen, aufzulösen gelernt haben. Wie wir dort den Rest einer nicht aufgegangenen Division, statt unter ihn den Divisor als Nenner zu setzen, durch Multiplication in die nächstkleinere Sorte verwandelt, und dann weiter dividirt haben; eben so müßen wir mit jedem Bruch verfahren, dessen Werth in einer niedrigern Sorte gefunden werden soll. Wäre z. B. der Bruch $\frac{4}{5}$ fl in Kreuzern auszudrücken, so sagen ja, nach §. 118, die $\frac{4}{5}$ fl. nichts anderes, als, daß mit 5 in 4 dividirt werden soll. Nun kann mit 5 in 4 fl nicht wirklich, wohl aber in 4 × 60 kr. dividirt werden, daher die Regel:

> Multiplicire den Zähler des Bruchs mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten derjenigen Sorte, in welcher der Werth des Bruchs ausgedruckt werden soll, auf die Sorte des Bruchs gehen, und dividire in dieß Produkt wirklich mit dem Nenner.

Beyspiele:

1.) Wie viel sind $\frac{3}{4}$ fl Kreuzer?

Antwort: 45 kr.

60 kr.
3

180 | 4
16 | 45 kr.
20
20

2.) Wie viel $\frac{2}{7}$ fl Kreuzer?

Antwort: $17\frac{1}{7}$ kr.

60 kr.

2

120 | 7

7 | $17\frac{1}{7}$ kr.

50

49

$\frac{1}{7}$

3.) Wie viel betragen $\frac{2}{19}$ Vrl. in Mßle.?

Antwort: $\frac{8}{19}$ Mßle.

4 Mßle.

2

8

19 Mßle.

4.) Wie viel $\frac{3}{5}$ Mltr. glatte Frucht, Durlacher Meß, in Sri. und Vrl.?

Antwort: 4 Sri., $3\frac{1}{5}$ Vrl.

I.

8 Sr.

3

24 | 5

20 | $4\frac{4}{5}$ Sri.

$\frac{4}{5}$

2.

4 Vrl.
4

16 | 5
15 | 3 1/5 Vrl.
1/5

5.) Wie viel 1/28 Rthlr. in g.gr. und Pfennigen?

Antwort: 24/28 g.gr., oder 11 1/13 ₰.

1.

24 g.gr.
1

24 g.gr.

26

2.

12 ₰
24

48
24

288 | 26
26 | 11 1/13 ₰.
28
26
2

2/26 = 1/13 ₰

6.) Wie viel $\frac{3}{11}$ Entr in den niedrigern Sorten?

Antwort: 27 ℔, 8 Lth, 2 Q. 54 $\frac{6}{11}$ Gr.

1.

100 ℔.

3

300 | 11

80 | 27 $\frac{3}{11}$ ℔.

$\frac{3}{11}$

2.

32 Lth.

3

96 | 11

$\frac{8}{11}$ | 8 $\frac{8}{11}$ Lth.

3.

4 Q.

3

32 | 11

$\frac{10}{11}$ | 2 $\frac{10}{11}$ Q.

4.

60 Gr.

10

600 | 11

50 | 54 $\frac{6}{11}$ Gr.

$\frac{6}{11}$

7.) Wie viel $\frac{2}{3}$ Ohm, Durlacher Eich, in Mß.?

Antwort: 48 Mß.

72 Mß.

2

144 | 3

12 | 48 Mß.

24

24

0

Geht der Nenner des Bruchs in der Eintheilungszahl auf, so gewährt es einen kleinen Vortheil, wenn man zuerst mit jenem in diese dividirt, und sodann den Quotienten mit dem Zähler multiplicirt. So geht im letzten Beyspiel der Nenner 3 in der Eintheilungszahl 72 auf, der Quotient ist 24 und 2×24 ist $= 48$.

Vollendet man die Auflösung dieser Aufgabe nicht ganz, d. h dividirt man nicht wirklich mit dem Nenner des Bruchs, sondern schreibt diesen wieder unters Produkt des Zählers in die Eintheilungszahl, so hat man den Bruch der höhern Sorte in einen Bruch der niedrigern verwandelt. So ist $\frac{3}{4}$ fl $= \frac{180}{4}$ kr.; $\frac{1}{72}$ fl $= \frac{60}{72}$ kr.; $\frac{2}{3}$ kr. $= \frac{8}{3}$ ₰; $\frac{1}{9}$ kr. $= \frac{4}{9}$ ₰. Die umgekehrte Aufgabe von dieser, das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, kann erst weiter unten, im §. 151 vorkommen. *)

---

*) Eigentlich besteht die Auflösung der Aufgabe: Den Werth eines Bruchs finden, darinn, daß man den Bruch mit der Eintheilungszahl multiplicirt, und das Produkt, wenn es ein eigentlicher Bruch ist, nach der zweiten Vorbereitungsaufgabe, in eine ganze oder vermischte Zahl verwandelt. Ist nun der Bruch der höhern Sorte so klein, daß man zum Produkt einen eigentlichen Bruch erhält, oder zieht man, wenn es ein uneigentlicher ist, absichtlich die Ganzen nicht heraus; so hat man den Bruch einer höhern Sorte in den einer niedrigern verwandelt. Es ist demnach diese 5te Vorbereitungsaufgabe blos eine leichte Anwendung der Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen

Dieser zweite Cursus macht mit dem ersten ein Ganzes — den ersten Band aus. Wer das, was in beyden steht, die einfachsten Rechnungen in ganzen und gebrochenen Zahlen vollkommen gefaßt und geübt hat, wird wohl selten eine im gemeinen Leben vorkommende Rechnungsfrage unbeantwortet lassen müssen. Somit eignet sich dieser Band auch zum Schulbuch in Landschulen, und wird da, wenn der Lehrer etwas taugt, durchaus hinlänglich seyn. Der Versuch, auch in diesen Schulen den zweiten Abschnitt dieses Curs, die Lehre von den Decimalbrüchen vorzutragen, wäre in jedem Fall verdienstlich, wenn er auch vor der Hand mit keinem auffallend glücklichen Erfolg gekrönt werden sollte. Man vergleiche, was ich über diesen Punckt in der Anmerkung zum §. 155. gesagt habe.

Den Vorwurf der Weitschweifigkeit befürchte ich nicht, wohl aber den der zu großen Ausführlichkeit in einem Schulbuch.

Allein, wie der gute mündliche Unterricht beym ersten Anfänger gedehnter seyn muß, so muß es, dachte ich, auch der schriftliche seyn. Möge nur die zunehmende Gedrängtheit der folgenden Theile mit der wachsenden Fähigkeit des Schülers dafür in richtiger Proportion stehen.

Der Verfasser.

Innhaltsanzeige.

Erster Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in gemeinen Brüchen.

§. 116. Erklärung der Worte: Bruch, Zähler und Nenner. Eintheilung der Brüche in gemeine und Decimalbrüche. Angabe und Erklärung der gewöhnlichsten, in der Größenlehre gebräuchlichen Abkürzungszeichen.

§. 117. Eintheilung der Brüche in unbenannte und benannte, in eigentliche, Schein- und uneigentliche Brüche — vermischte Zahlen.

§. 118. Brüche sind Quotienten.

§. 119. Wichtige Folgerungen aus dem vorhergehenden §.

§. 120.—126 und §. 150 und 151. Acht Vorbereitungsaufgaben.

§. 120—122. Erste Vorbereitungsaufgabe — das Verkleinern der Brüche.

§. 120. Das gewöhnliche Verkleinern derselben, nebst den Gründen der angegebenen Regeln.

§. 121. Zu zwei Zahlen den größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden.

§. 122. Grund von der Regel des vorigen §.

§. 123. Zweite und dritte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln uneigentlicher Brüche in ganze oder vermischte Zahlen, und der vermischten Zahlen in uneigentliche Brüche. Gründe des angegebenen Verfahrens. Proben dieser beyden Aufgaben.

§. 124. Wie kommen Brüche in die Rechnung? Vierte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln ganzer Zahlen in Brüche. Vollkommene und unvollkommene Theile einer Zahl.

§. 125. Fünfte Vorbereitungsaufgabe — den Werth eines benannten Bruchs in niedrigern Sorten zu finden. Vortheil dabey. Verwandlung eines Bruchs einer höhern Sorte in einen Bruch einer niedrigern.

§. 126. Brüche müssen, um addirt und subtrahirt werden zu können, gleiche Nenner haben. Sechste Vorbereitungsaufgabe. — Brüche zu gleicher Benennung zu bringen. Weitläuftigere Art. Kürzere vermittelst des Generalnenners. Gründe für die Regeln beyder Arten.

§. 150. Siebente Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln eines Bruchs in einen andern von einem bestimmten Nenner oder Zähler.

§. 151. Achte Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einem Bruch einer höhern.

§. 127. und §. 152. Von der Addition. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Addiren gebroche-

ner Zahlen. Von der Addition gleichnamigter Brüche. Beyspiel von einer Addition mehrsortiger Posten.

§. 152. Von der Addition ungleichnamigter Brüche.

§. 128 — 131. Von der Multiplication.

§. 128. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Multipliciren gebrochener Zahlen. Erster Hauptfall — wenn einer von beyden Faktoren eine ganze Zahl ist. Regeln für diesen Fall nebst ihren Gründen. Merkwürdiger Satz. Mehrere Vortheile.

§. 129. Zweiter Hauptfall. — wenn beyde Faktoren gebrochene Zahlen sind. Regel und ihre Gründe. Vortheile. Ein Beyspiel, in welchem die Multiplicande mehrsortig ist, und beyde Hanptfälle vorkommen.

§. 130. Eine Aufgabe, zu deren Auflösung mehrere Multiplicationen erfordert werden.

§. 131. Verbindung der Addition mit der Multiplication.

§. 132.—136 und §. 153. Von der Subtraktion.

§. 132. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Subtrahiren gebrochener Zahlen. Von der Subtraktion gleichnamigter Brüche. Ein Beyspiel, in welchem die Minuende und Subtrahende mehrsortig sind, und verschiedene Fälle vorkommen.

§. 133. Eine Aufgabe, zu deren Auflösung mehrere Subtraktionen erfordert werden.

§. 134. Verbindung der Addition mit der Subtraktion.

§. 135. Verbindung der Multiplication mit der Subtraktion.

§. 136. Verbindung der Addition und Multiplication mit der Subtraktion.

§. 153. Von der Subtraktion ungleichnamigter Brüche.

§. 137. Eigentliche Brüche werden größer, wenn zu ihrem Zähler und Nenner gleiches addirt, und kleiner wenn von ihnen gleiches subtrahirt wird. Bey uneigentlichen Brüchen ist es umgekehrt.

§. 138.—149 u. §. 154. Von der Division.

§. 138. Unterscheidung der verschiedenen Fälle beym Dividiren gebrochener Zahlen.

§. 139—141. Von der Division, wenn die Dividende und der Divisor nicht ungleichnamigt sind.

§. 139. Erster Huptfall, wenn die Dividende eine gebrochene, der Divisor hingegen eine ganze Zahl ist. Regeln und Grund derselben. Vortheile. Einfach unreine Brüche.

§. 140. Zweiter Hauptfall, wenn die Dividende eine ganze Zahl und der Divisor gebrochen ist. Regeln und Gründe. Vortheile.

§. 141. Dritter Hauptfall, wenn die Dividende und der Divisor gebrochen sind. Regel und Grund davon. Vortheile. Doppelt unreine Brüche. Ein Beyspiel von einer, mehrere Fälle in sich fassenden Division, bey welcher die Dividende mehrsortig und der Divisor unbenannt ist.

§. 142. Aufgaben, zu deren Auflösung mehrere Divisionen erfordert werden.

§. 143. Verbindung der Addition mit der Division.

§. 144. Verbindung der Multiplication mit der Division. Proben solcher Aufgaben. Gewöhnliche Zinsberechnungen.

§. 145. Verbindung der Subtraktion mit der Division.

§. 146. Verbindung der Addition und Multiplication mit der Division.

§. 147. Verbindung der Addition und Subtraktion mit der Division.

§. 148. Verbindung der Multiplication und Subtraktion mit der Division.

§. 149. Verbindung aller vier Species.

§. 154. Von der Division, wenn Dividende und Divisor ungleichnamigt gleichartig sind.

Zweiter Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in Decimalbrüchen.

---

§. 155. Was versteht man unter Decimalbrüchen? Woher haben sie diesen Namen?

§. 156. Bezeichnung der Decimal-Brüche. Decimalstellen.

§. 157—163. Sieben Vorbereitungs-aufgaben.

§. 157. Erste Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln der Decimalbrüche in gemeine Brüche.

§. 158. (und 170.) Zweite Vorbereitungsaufgabe — das Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche.

§. 159. Dritte Vorbereitungsaufgabe — Eine benannte, ganze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Decimalbruch einer höhern Sorte zu verwandeln.

§. 160. Vierte Vorbereitungsaufgabe — den Werth eines Decimalbruchs zu finden.

§. 161. Fünfte Vorbereitungsaufgabe — Einen Decimalbruch einer niedrigern Sorte in einen Decimalbruch einer höhern zu verwandeln.

§. 162. Sechste Vorbereitungsaufgabe — das Verkleinern der Decimalbrüche.

§. 163. Siebente Vorbereitungsaufgabe — Decimalbrüche zu gleicher Benennung zu bringen.

§. 164. Von der Adition.

§. 165. — 167. Von der Multiplication.

§. 165. Einen Decimalbruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren. Grund der angegebenen Regel. Vortheil, wenn die ganze Zahl 10,100, 1000 ꝛc. deßgleichen wenn sie 20,300 ꝛc. ist.

§. 166 u. 167. Multiplication der Decimalbrüche mit Decimalbrüchen.

§. 166. Einen Decimalbruch mit einem Decimalbruch nach der

gewöhnlichen Art zu multipliciren. Regel und Grund derselben.

§. 167. Einen Decimalbruch nach der abgekürzten Art mit einem andern zu multipliciren.

§. 169 und 170. Von der Division.

§. 169. Unterscheidung der verschiedenen Fälle. Generalregel für alle Fälle. Grund derselben. Vortheil, wenn der Divisor 10,100,1000 ꝛc. ist.

§. 170. Abgekürzte Division der Decimalbrüche durch Decimalbrüche. Gründe derselben.

Erster Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen in gemeinen Brüchen.

§. 116.

Die Elle wird bekanntlich in vier gleiche Theile getheilt, welche Theile man Viertel nennt. Hat man nun z. B. drei solche Viertel, so läßt sich diese Zahlengröße auf eine gedoppelte Art bezeichnen. Entweder schreibt man 3 Viertel von einer Elle, oder $\frac{3}{4}$ Ellen, welches letztere ausgesprochen wird: Drei Viertel Ellen. Im erstern Fall hat man eine ganze Zahl 3, im zweiten einen Bruch $\frac{3}{4}$, bey welchem die über dem Querstrich stehende Zahl 3 die eigentliche Rechnungszahl ist, und Zähler, die unter dem Strich stehenden Zahl 4 hingegen Nenner genannt wird, weil sie nur anzeigt, daß vor dem Namen: Ellen, des Zählers 3, wenn er als ganze Zahl geschrieben würde, der Beysatz: Viertel, gesetzt werden müßte.

Wenn also irgend ein Ganzes, z. B. 1 Mltr., 1 Sri., 1 Mß. ꝛc. entweder im gemeinen Leben wirklich in eine bestimmte Anzahl gleicher Theile eingetheilt, oder auch nur in der Rechnung so eingetheilt gedacht wird, man einen oder mehrere solcher Theile hat, und der Zahl derselben den Namen des Ganzen geben will; so erhält man einen Bruch, der auf obige Art mit zwei Zahlen geschrieben werden muß, von welchen der Nenner immer die Zahl aller Theile des Ganzen, mithin das Ganze selbst, der Zähler aber die Zahl derjenigen Theile angibt, welche man in der Rechnung hat. Das Mltr. glatte Frucht z. B. hat 8 Sri., folgl. können 3 Sri. auch so geschrieben werden: $\frac{3}{8}$ Mltr. Das Sri. hat 4. Vrl., daher 3 Vrl. auch mit $\frac{3}{4}$ Sri., und 1 Schpp. (weil 1 Mß. gleich 4 Schopp.) mit $\frac{1}{4}$ Mß zu bezeichnen sind. Aber nicht blos in die im gemeinen Leben üblichen, sondern in jede beliebige Anzahl gleicher Theile können wir uns irgend ein Ganzes getheilt vorstellen, und deßwegen auch $\frac{3}{19}$ Mltr., $\frac{2}{7}$ Sri, $\frac{3}{11}$ Mß., $\frac{7}{13}$ Ellen ꝛc. in die Rechnung bekommen.

Es gibt gemeine und Decimalbrüche. Die erstern lernen wir in diesem, die letztern im zweiten Abschnitt kennen. Ehe wir aber weiter gehen, wollen wir uns mit den gewöhnlichsten Zeichen, deren man sich, der Kürze halber, in der Größenlehre zu bedienen pflegt, bekannt machen.

1.) Das Zeichen = ist das Zeichen der Gleichheit, und wird ausgesprochen åqual oder gleich, z. B.

2 fl = 120 kr.

2 fl sind åqual 120 kr.

2.) Das Zeichen + ist das Zeichen der Addition und wird ausgesprochen plus, z. B.

3 + 7 = 10

3 plus 7 åqual 10;

3 + 4 + 5 + 8 = 20.

3 plus 4 plus 5 plus 8 åqual 20.

3.) Das Zeichen — ist das Zeichen der Subtraktion und wird ausgesprochen minus, z. B.

10 — 3 = 7

10 minus 3 åqual 7;

12 — 2 — 5 = 5.

12 minus 2 minus 5 åqual = 5

Dieß letzte Beyspiel könnte auch so stehen:

12 — (2 + 5) = 5

12 minus der Summe von 2 + 5 åqual 5.

4.) Die Zeichen × und . sind die Zeichen der Multiplication, und werden ausgesprochen mal, z. B.

3 × 4 = 12

oder 3 . 4 = 12

3 mal 4 åqual 12;

3 × 7 × 4 — 84

oder 3 . 7 . 4 = 84

3 mal 7 mal 4 åqual 84;

(5 + 7 — 2) × 5 = 50

oder (5 + 7 — 2) . 5 = 50

oder (5 + 7 — 2) 5 = 50

Zu 5 die Zahl 7 addirt, von dieser Summe 2 abgezogen und der Rest mit 5 multiplicirt ist åqual 50.

$$(12 - 3) \times (10 + 1) = 99$$

oder $(12 - 3) \cdot (10 + 1) = 99$

oder $(12 - 3)\,(10 + 1) = 99$

Mit 12 — 3 die Summe 10 + 1 multiplicirt ist åqual 99.

$$[(2 + 5 - 3) \times 2 + 10]\ 3 = 54$$

Zu 2 die Zahl 5 addirt, von dieser Summe 3 subtrahirt, dieser Rest mit 2 multiplicirt, zum Produkt 10 addirt nnd diese Summe mit 3 multiplicirt ist åqual 54.

5.) Das Zeichen : ist das Zeichen der Division, und wird ausgesprochen dividirt durch, z. B.

$$6 : 3 = 2$$

6 dividirt durch 3 åqual 2.

Der Divisor soll in der Folge immer hinter dem Zeichen stehen. Noch ein anderes Divisionszeichen werden wir bald in §. 119 Nro. 2. kennen lernen.

$$(6 + 2) : 4 = 2$$

die Summe 6 plus 2 dividirt durch 4 åqual 2.

$$[(8 - 3 + 5) \cdot (7 - 2)] : (30 - 8 + 3) = 2$$

Von 8 die Zahl 3 subtrahirt, zum Rest 5 addirt, diese Summe mit 7 — 2 (d. i. mit 5) multiplicirt, und dieß Produkt dividirt durch die Zahl, die entsteht, wenn 8 von 30 abgezogen werden und zu diesem Rest 3 addirt wird, ist åqual 2.

§. 117.

Wie die Zahlen überhaupt (§. 16) entweder unbenannt oder benannt sind, so sind es auch die Brüche. $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{7}$ sind unbenannte $\frac{3}{4}$ fl, $\frac{1}{7}$ Mltr. hingegen benannte Brüche.

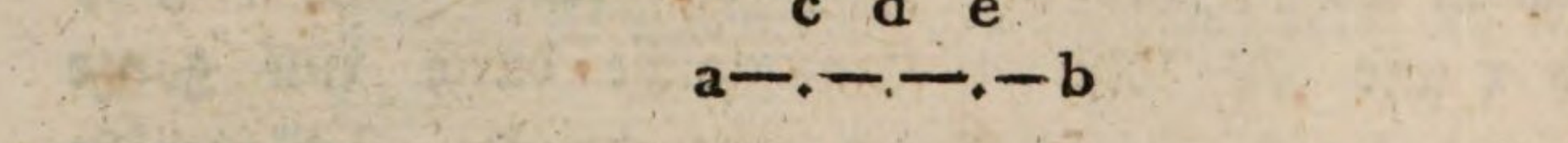
Ist nun bey diesen sowohl als bey jenen der Zähler kleiner als der Nenner, so hat man in der Rechnung nicht alle Theile die zum Ganzen gehören, folglich weniger als das Ganze, oder einen eigentlichen (ächten) Bruch. So fehlen zu $\frac{3}{11}$ Mß noch $\frac{8}{11}$ Mß, um $\frac{11}{11}$ Mß, d. h. Eine ganze Mß zu haben. Sind demnach Zähler und Nenner gleich, so ist der Bruch gleich 1, und heißt in diesem Fall ein Scheinbruch. Ist endlich der Zähler größer als der Nenner, so hat man mehr Theile in der Rechnung, als zum ganzen erfordert werden, folglich mehr als das Ganze, oder einen uneigentlichen (After- oder Bastard-) Bruch. Z. B. $\frac{13}{11}$ Mß. sind gleich $\frac{11}{11}$ und $\frac{2}{11}$ Mß, folglich gleich 1 und $\frac{2}{11}$ Mß. Eine solche durch eine ganze Zahl und durch einen Bruch ausgedruckte Zahlengröße heißt eine vermischte Zahl. Der Bruch wird unmittelbar neben die ganze Zahl geschrieben und dadurch als zu derselben addirt betrachtet. 3 $\frac{1}{4}$ Ohm z. B. bedeutet 3 Ohm und $\frac{1}{4}$ von einer Ohm.

§. 118.

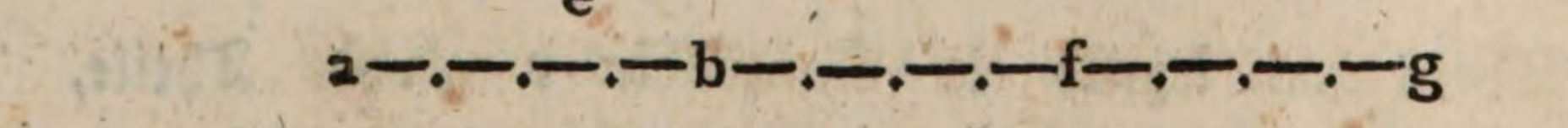
Theilt man irgend ein Ganzes in 2 gleiche Theile, so erhält man die Hälfte, welche als Bruch durch $\frac{1}{2}$ aus-

gedruckt wird, indem ja, nach § 116, der Nenner 2 anzeigt, daß das Ganze in 2 gleiche Theile getheilt ist, und der Zähler 1, daß man Einen von diesen beyden gleichen Theilen in der Rechnung habe. Nun geschieht aber bekanntlich das Theilen einer Zahl in gleiche Theile durch Division mit der Anzahl der gleichen Theile, in welche getheilt werden soll; daher ist der Nenner eines Bruchs, dessen Zähler 1 ist, der Divisor, der Zähler 1 die Dividende, und der Bruch selbst der Quotient aus dem Nenner in den Zähler. Beym Bruch $\frac{1}{5}$ ist mithin 5 der Divisor, 1 die Dividende und $\frac{1}{5}$ der Quotient.

Wenn aber auch der Zähler des Bruchs nicht 1, sondern irgend eine andere Zahl ist; so kann dennoch diese Vorstellungsart beybehalten und der Bruch als Quotient aus dem Nenner in den Zähler angesehen werden. Der Bruch $\frac{3}{4}$ zeigt an, daß das Ganze, z. B. die Linie ab in die 4 gleichen Theile ac, cd, de und eb getheilt



worden sey, und daß man 3 dieser Theile habe, z. B. die Länge a e. Diese nämliche Länge a e wird aber ebenfalls erhalten, wenn man die Linie ab, welche in der Rechnung, als das Ganze, durch 1 ausgedruckt ist, 3 mal, und von diesem Dreifachen, von



ag den vierten Theil nimmt, d. h. mit 4 in 3 divi-

dirt. *) Ein jeder Bruch ist also der wirkliche Quotient aus dem Nenner in den Zähler.

§. 119.

Wir ziehen hieraus einige wichtige Folgerungen:

1.) Bleibt bey einer Division in ganzen Zahlen ein Rest, zieht man, wie es §. 68 gelehrt wurde, unter denselben einen Strich, und schreibt den Divisor darunter, so erhält man einen eigentlichen Bruch, und vollendet auf diese Art die Division, indem dieser Bruch das dem Quotienten noch fehlende ergänzt, was aus folgendem kleinen Beyspiel noch deutlicher erhellen wird:

4 Kinder sollen 9 Aepfel gleich unter sich theilen; wie viel erhält Ein Kind?

Antwort: 2 $\frac{1}{4}$ Aepfel.

Aepfel.

9	4
8	2 $\frac{1}{4}$ Aepfel.
$\frac{1}{4}$	

*) Die Anwendung dieser Vorstellungsart auf Schein- und uneigentliche Brüche ist dem mündlichen Vortrag überlassen.

Der übrig bleibende Eine Apfel muß nämlich noch in 4 gleiche Theile getheilt werden, was, nach dem Bisherigen, durch den Bruch $\frac{1}{4}$, als durch den Quotienten von 4 in 1 ausgedruckt ist.

2.) Da ein Bruch eine durch Zeichen verrichtete Division ist, so kann auch jede zu verrichtende Division, wenn man sie (gewisser Vortheile halber, die wir weiter unten werden kennen lernen) nicht wirklich vornehmen will, in Bruchform ausgedruckt werden, indem man an die Stelle des Zählers die Dividende und an die Stelle des Nenners den Divisor schreibt. Es ist $6 : 3 = \frac{6}{3}$.

3.) Da der Quotient aus 1 in irgend eine Dividende eben so groß als die Dividende selbst ist, so gleichen auch Brüche, deren Nenner 1 ist, ganzen Zahlen, die eben so groß als die Zähler dieser Brüche sind. So ist z. B. $\frac{13}{1} = 13$.

4.) Je kleiner der Zähler als der Nenner ist, desto kleiner ist der eigentliche Bruch, je näher der Zähler dem Nenner kommt, desto näher kommt auch der Bruch einem Scheinbruch, d. h. 1; je größer endlich der Zähler als der Nenner ist, desto größer ist auch der uneigentliche Bruch.

5.) Da immer der nämliche Quotient zum Vorschein kommt, wenn man mit 6 in 18, mit 12 (d. h. mit 2×6) in 36 (d. h. in 2×18) ferner mit 2 (d. h. mit dem 3ten Theil von 6) in 6

(d. h. in den 3ten Theil von 18) kurz, mit dem 1, 2, 3, 4 ꝛc. fachen Divisor in die eben so vielfache Dividende, oder auch mit dem ganzen Divisor, mit der Hälfte, mit dem Drittel ꝛc. desselben in die Hälfte, in das Drittel ꝛc. derselben dividirt: so bleiben auch Brüche, da sie Quotienten sind, ihrem Werth nach unverändert, wenn ihr Zähler sowohl als ihr Nenner mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt wird.

$$\text{So ist } \tfrac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \tfrac{10}{15};$$

$$\text{und } \tfrac{25}{75} = \frac{25 : 25}{75 : 25} = \tfrac{1}{3}.$$

Durch das Multipliciren des Zählers und Nenners mit der nämlichen Zahl wird der Bruch, den Zahlen nach, vergrößert, durch das Dividiren hingegen, den Zahlen nach, verringert. Das Letztere nennt man deßwegen das Verkleinern oder Abkürzen, auch das Aufheben der Brüche, worinn sich ein jeder, der in gebrochenen Zahlen mit Leichtigkeit rechnen lernen will, bey Zeiten eine ziemliche Fertigkeit erwerben muß.

Vorbereitungsaufgaben.

§. 120.

Bey diesem Verkleinern der Brüche kommt darauf an, eine Zahl aufzufinden, die sowohl im

Zähler als im Nenner aufgeht, mit der folglich in beyde, ohne daß ein Rest bleibt, dividirt werden kann. Eine solche Zahl die in zwei andern aufgeht heißt der gemeinschaftliche Divisor derselben. Ehe aber die Regeln zu seiner Auffindung gegeben werden können, müßen einige Betrachtungen über die Theilbarkeit der Zahlen überhaupt vorangehen. Unter der unendlich großen Menge möglicher Zahlen gibt es sehr viele, die durch keine andern, als durch sich selbst und durch 1 ohne Rest theilbar sind; man nennt sie Primzahlen. Von dieser Art sind 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ꝛc. Alle übrigen heißen zusammengesetzte, indem sie Produkte sind, deren Faktoren aus lauter Primzahlen bestehen, die deßwegen auch die einfachen Theiler der zusammengesetzten Zahl heißen. So ist z. B. die Zahl 96437 ein Produkt aus den Primzahlen 11, 11 und 797; 11 und 797; 11 und 797 sind folglich die einfachen Theiler von 96437. Wie man finden könne ob eine Zahl eine Primzahl, oder eine zusammengesetzte sey, und was für Theiler sie im letztern Fall habe, ist ausführlich zu zeigen, hier der Ort nicht. Nur einige wenigen, zu unserm Zweck dienlichen Regeln sollen sogleich folgen. Man hat zwar Tafeln, in welchen die Primzahlen und die einfachen Theiler der zusammengesetzten von 1 bis 100000 und drüber mitgetheilt sind; sie sind aber, obgleich sonst von großem, doch fürs gewöhnliche, ausübende Rechnen von keinem erheblichen Werth.

Ob nun irgend eine Zahl durch die Primzahlen 2, 3, 5, oder durch die Zahlen 9 und 4 theilbar sey, oder nicht, kann man ihr so ziemlich auf den ersten Blick ansehen, denn

1.) ist die letzte Ziffer zur Rechten eine gerade, d. h. eine solche Zahl, deren Hälfte eine ganze Zahl ist, nämlich 2, 4, 6 oder 8; so ist die Zahl selbst durch 2 theilbar, z. B.

2) $\frac{304}{152}$

2.) ist die letzte Ziffer 5, so geht 5 auf, z. B.

5) $\frac{7005}{1401}$

3.) sind die letzten Ziffern 0,00,000 ꝛc. so dividirt ohne Rest 10,100,1000 ꝛc. deßgleichen auch 2 und 5 z. B.

10) $\frac{30}{3}$; 2) $\frac{30}{15}$; 5) $\frac{30}{6}$;

1000) $\frac{6000}{6}$; 2) $\frac{6000}{3000}$, 5) $\frac{6000}{1200}$

4) ist die Summe der einzelnen Ziffern einer Zahl ohne Rücksicht auf ihre Ordnung durch 9 oder durch 3 theilbar; so geht auch im erstern Fall 9 und 3, im letztern 3 in der Zahl selbst auf, z. B.

9) $\frac{783}{87}$ (d. Summe ist 18

3) $\frac{783}{261}$

3) $\frac{993}{331}$ (d. Summe ist 21)

5.) können die 2 letzten Ziffern einer Zahl durch 4 getheilt werden, so ist dieß auch bey der ganzen Zahl möglich, z. B.

4) $\frac{6372}{1593}$ (72 ist durch 4 theilbar)

6.) gehen endlich in einer Zahl, nach den bisherigen Sätzen, 2 oder mehrere Zahlen zugleich auf, z. B. 2 und 3, oder 3 und 4, oder 3 und 5, oder 2, 3 und 5, und lassen sich nicht zwei oder mehrere solcher Theiler wieder durch irgend eine Zahl ohne Rest dividiren, wie dieß z. B. bey 2 und 4, oder 5 und 10 der Fall wäre; so ist auch jene erste Zahl durch das Produkt einiger oder aller ihrer kleineren Theiler von dieser Art ohne Rest theilbar. Da z. B. in 570 (nach Nro. 3) die Zahl 2 und 5, aber auch (nach Nro. 4) die Zahl 3 aufgeht, es auch keine Zahl gibt, durch welche 2 und 5, oder 3 und 5, oder 2 und 3 ohne Rest dividirt werden könnten; so müssen auch die Produkte $2 \times 5 = 10$, $3 \times 5 = 15$, $2 \times 3 = 6$ und $2 \times 3 \times 5 = 30$ in 570 aufgehen. Eine durch 3 theilbare Zahl ist daher immer auch durch 6 theilbar, wenn sie eine gerade Zahl ist, durch 12, wenn sich ihre zwei letzten Ziffern durch 4 dividiren lassen, und durch 15, wenn ihre letzte Ziffer 5 oder 0 ist z. B.

6846 ist eine gerade Zahl durch 3 theilbar, daher auch durch 6

6) $\frac{6846}{1141}$

684 ist durch 3 und 4 theilbar, daher auch durch 12

$12 \overline{)\,684\,|\,57}$

69555 ist durch 3 und 5 theilbar, daher auch durch 15

$15 \overline{)\,69555\,|\,4637}$

540 ist durch 2, 3 und 5 theilbar, daher auch durch 30

$30 \overline{)\,540\,|\,18}$ °)

Die Gründe für die Richtigkeit dieser Sätze sind folgende:

1.) Daß jede einfache, gerade Zahl, 2, 4 ꝛc. deßgleichen 10 durch 2 ohne Rest sich theilen lasse, lehrt der Anfang des Eins in Eins. Geht aber irgend eine Zahl in einem der Faktoren, oder in allen Posten einer andern auf, so geht sie auch in der Zahl selbst auf. Nun läßt sich jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, wenn diese Ziffer abgeschnitten und an ihre Stelle eine Null gesetzt wird, in 2 Posten zerlegen, von welchen der eine, nämlich die abgeschnittene Ziffer an und für sich selbst, der andere aber deßwegen durch 2 theilbar

---

°) Noch mehrere Regeln für die Theilung mit 7, 8, 11, 13, 17 ꝛc. anzugeben, dürfte zwecklos seyn, da ihre Anwendung offenbar mehr Zeit erfordert, als das Rechnen mit den nicht verkleinerten Brüchen selbst.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

ist, weil seine letzte Ziffer 0, er mithin ein Produkt aus der durch 2 theilbaren Zahl 10 ist. Z. B. 1084 ist = der Summe 1080 + 4, von welchen 2 Posten 4 als einfache gerade Zahl, 1080 aber deßwegen durch 2 dividirt werden kann, weil es = 108 × 10 und der Faktor 10 durch 2 theilbar ist. Es ist demnach jede Zahl, deren letzte Ziffer zur Rechten eine gerade Zahl ist, nach dem oben gegebenen Begriffe, selbst eine gerade Zahl.

2.) Daß 5 in 10 und 5 in 5, so wie jede Zahl in sich selbst, aufgeht, wissen wir gleichfalls aus dem Eins in Eins. Endigt sich daher irgend eine Zahl auf die Ziffer 5, so kann sie in 2 Posten zerlegt werden, deren einer 5, der andere abermals ein Produkt aus 10, jeder also durch 5 theilbar ist. Z B. 75 ist = 70 + 5 und 70 = 7 × 10; 3895 = 3890 + 5 und 3890 = 389 × 10.

3.) Die Wahrheit des 3ten Satzes erhellt genugsam, theils aus §. 71 und 72, theils aus den so eben vorgetragenen Beweisen der beyden ersten Sätze.

4.) Ist die Summe der einzelnen Ziffern durch 9 oder 3 theilbar, so erhellt die Richtigkeit des Behaupteten auf folgende Art: Gesetzt die Zahl seye 351, so ist dieselbe gleich der Summe der drei Posten 3 × 100, 5 × 10 und 1. Es ist aber 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1, deßgleichen 5 × 10 = 5 × 9 × 5 × 1. In 3 × 99

und 5 × 9 geht 9 gewiß auf, weil es in 99 und in 9 aufgeht; läßt es sich daher auch in die Summe von 5, 3 und 1 ohne Rest dividiren, so geht es in allen Bestandtheilen der Zahl 351 und mithin in dieser Zahl selbst auf. Wo aber 9 aufgeht, da muß, weil 3 × 3 = 9, auch 3 aufgehen. Wäre hingegen die Zahl 372, so würde sie der Summe folgender Posten 3 × 100, 7 × 10 und 2 gleichen, folglich die Zahl, 3, da abermals 3 × 100 = 3 × 99 + 3 × 1 deßgleichen 7 × 10 = 7 × 9 + 7 × 1 ist, in allen Theilen von 372 aufgehen, weil sie in 99, in 9 und in der Summe von 3, 7 und 2 aufgeht, welche Summe durch 9 nicht genau theilbar ist, daher auch 9 in 372 nicht aufgehen kann.

5.) Sind die 2 letzten Ziffern durch 4 theilbar, so kann wiederum durch Abschneidung dieser 2 Ziffern und Ausfüllung ihrer Stellen durch Nullen in 2 Posten zerlegt werden, von welchen der eine nach der Voraussetzung, der andere aber deßwegen mit 4 ohne Rest dividirt werden kann, weil seine zwei letzten Ziffern Nullen sind, er selbst also ein Produkt aus 100 und die Zahl 100 durch 4 theilbar ist. So gleicht die Zahl 3936 der Summe der beyden Posten 3900 und 36, und 3900 ist = 39 × 100. Da nun 4 in 36 und 100 aufgeht, so muß es auch in 3900, mithin in der ganzen Zahl 3936 aufgehen.

6.) Zwei oder mehrere Zahlen, z. B. die obigen 2, 3 und 5, von denen sich nicht zwei oder mehrere durch irgend eine Zahl ohne Rest dividiren lassen, können in keiner kleinern Zahl als in ihrem Produkt, 30, zugleich aufgehen, aber auch in keiner größern als in einem Vielfachen ihres Produkts. Gehen sie daher in einer Zahl zugleich auf, so muß dieselbe entweder ihr Produkt, 30, selbst, oder ein Vielfaches davon seyn. Im erstern Fall hat man in jenen Zahlen alle wirkliche Faktoren, im letztern gehören sie zu den wirklichen Faktoren derjenigen Zahl, in welcher sie zugleich aufgehen. So ist die Zahl 570, in welcher 2, 3 und 5 aufgehen, ein Vielfaches von dem Produkt derselben, von 30, nämlich = 30 × 19. Wirkliche Faktoren dieser Zahl sind mithin 2, 3, 5 und 19

oder 6, 5 und 19

oder 10, 3 und 19

oder 15, 2 und 19

oder 30, und 19

6, 10, 15 und 30 müssen daher ebenfalls in 570 aufgehen, weil ja jeder Faktor in seinem Produkt aufgehen muß.

Eine durch 3 und 2 zugleich theilbare Zahl muß folglich auch durch 6, eine durch 3 und 4 zugleich theilbare auch durch 12, und eine durch 3 und 5 zugleich theilbare auch durch 15 theilbar seyn, weil weder zu 3 und 2, noch zu 3 und 4, noch zu 3 und 5 eine Zahl aufgefunden werden kann, die in beyden aufgeht.

Soll nun ein Bruch verkleinert werden, so überlegt man, welcher von diesen Sätzen auf den Zähler sowohl als auf den Nenner eine Anwendung leidet, d. h. man sucht vermittelst der Erinnerung an diese Sätze einen gemeinschaftlichen Divisor auf, schreibt ihn wohl auch durch eine Klammer abgesondert rechter Hand oben zu dem Bruch, dividirt damit wirklich in den Zähler und Nenner, und erhält so den verkleinerten Bruch, der sich nicht selten durch 1, 2 ꝛc. maliges Wiederholen der nämlichen Verfahrungsart noch mehr abkürzen läßt z. B.

$\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$ (1ter Satz); $\frac{24}{30} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ (1ter, 3ter und 4ter Satz);

$\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$ (2ter Satz); $\frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ (2ter und 3ter Satz);

$\frac{600}{1000} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ (3ter und 1ter Satz); $\frac{50}{2000} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$ (3ter u. 2ter Satz.)

$\frac{98523}{100008} = \frac{10947}{11112} = \frac{3649}{3704}$ (4ter Satz);

$\frac{127472}{986336} = \frac{31868}{246584} = \frac{7967}{61646}$ (5ter Satz);

$\frac{348}{272} = \frac{29}{31}$ (6ter Satz).

Findet hingegen keiner jener Sätze auf einen vorliegenden Bruch seine Anwendung, so kann man das Aufheben mit den Primzahlen 7, 11, 13 ꝛc. probiren. Da aber viele Brüche gar nicht und andere nur durch große Primzahlen, auf die man oft durch tagelanges Versuchen nicht kommen würde, abgekürzt werden können; so ist es in einem solchen Fall vortheilhafter, mit den unabgekürzten Brüchen, wenn gleich mühsamer, in Geduld fortzurechnen, als aufs Ungewisse hin durchs Probiren ihrer Verkleinerung viele Zeit zu verwenden. Im nächsten §. wird zwar eine Verfahrungsart vorgetragen werden, vermittelst der man mit voller Gewißheit finden kann, ob ein Bruch verkleinert werden kann, und welches in diesem Fall der größte gemeinschaftliche Divisor des Zählers und Nenners ist: aber auch dieß Verfahren ist in 100 Fällen kaum einmal wegen seiner Weitläuftigkeit mit Vortheil anzubringen, obgleich die Aufgabe in einer andern Hinsicht, die wir erst in der Folge werden kennen lernen, von großer Wichtigkeit ist. *)

Daß es Brüche geben kann, deren Verkleinerung unmöglich ist, ist schon daraus erkennbar, daß ja der Zähler

---

*) Diese Aufgabe, nicht gerade zum Zähler und Nenner eines Bruchs, sondern überhaupt zu 2 Zahlen den größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden, ist hauptsächlich zum Verkleinern vielzahligter, wichtiger und oft vorkommender Verhältniße zu gebrauchen. In dieser Hinsicht erhielt sie im folgenden §. eine Stelle, da ich keine schicklichere für sie finden konnte.

ler sowohl als der Nenner eines eigentlichen oder uneigentlichen Bruchs Primzahlen seyn können. Wenn aber auch nur einer von beyden, ja sogar keiner von beyden dieß ist; so folgt daraus doch noch nicht, daß der Bruch verkleinert werden kann. Ist nämlich im ersten Fall diejenige von beyden Zahlen, welche keine Primzahl ist, nicht gerade ein Vielfaches von der andern, und haben, im letztern Fall, nicht beyde wenigstens Einen Theiler gemein; so ist die Abkürzung ebenfalls unmöglich. In beyden Fällen heißen die 2 Zahlen Primzahlen unter sich. Für den ersten Fall können die Brüche $\frac{13}{30}$ und $\frac{12}{13}$, für den zweiten die Brüche $\frac{39}{58}$ und $\frac{22}{51}$ als Beyspiele dienen. Es hat nämlich 39 die Primzahlen 13 und 3, 58 die Primzahlen 29 und 2, 22 die Primzahlen 11 und 2, und 51 die Primzahlen 17 und 3 zu einfachen Theilern.

§. 121.

Um zu irgend 2 ungleichen Zahlen, z. B. zum Zähler und Nenner eines eigentlichen oder uneigentlichen Bruchs, einen größten gemeinschaftlichen Divisor zu finden, beobachte man folgende Regel:

Dividire mit der kleinern Zahl in die größere, also mit dem Zähler in den Nenner, wenn es ein eigentlicher, und mit dem Nenner in den Zähler, wenn es ein uneigentlicher Bruch ist. Geht

diese Division auf, so ist die kleinere der gegebenen Zahlen selbst gleich der gesuchten, indem sie ja sowohl in sich selbst, wie jede Zahl, als auch in der größern aufgeht. Bleibt hingegen bey jener Division ein Rest, so dividire mit diesem in den vorhergehen Divisor, und beobachte, wenn auch diese Division nicht aufgehen sollte, dieses Verfahren so lange, biß endlich kein Rest mehr übrig bleibt. Der letzte Divisor nun, der im vorletzten aufgeht, ist beyder Zahlen **größter gemeinschaftlicher** Divisor.

Beyspiele:

1.) Die Zahlen seyen $\frac{513}{612}$, so ist nach folgender Rechnung die Zahl 9, welche als letzter Divisor in dem vorletzten, in 18 aufgeht, größter gemeinschaftlicher Divisor dieser 2. Zahlen.

612 | 513
513 | 1
513 | 99
495 | 5
99 | 18
90 | 5
18 | 9
18 | 2

Dividirt man nun mit diesem gefundenen größten gemeinschaftlichen Divisor wirklich in den Zähler und Nenner des gegebenen Bruchs $\frac{513}{612}$,

513	9
45	57
63	
63	
0	

612	9
54	68
72	
72	
0	

so erhält man dadurch den möglichst verkleinerten Bruch $\frac{57}{68}$, welche 2 Zahlen Primzahlen unter sich sind.

2.) Es seye der möglichst zu verkleinernde uneigentliche Bruch $\frac{7415}{5851}$, so ist der größte gemeinschaftliche Divisor 39, indem

7415	585
585	1
585	156
468	3
156	117
117	1
117	39
117	3
0	

diese Zahl als letzter Divisor im vorletzten, in 117 aufgeht, und sich auch wirklich 741 sowohl als 585 dadurch ohne Rest dividiren lassen.

741	39
39	19
351	
351	
0	

585	39
39	15
195	
195	
0	

Der möglichst verkleinerte Bruch ist mithin $\frac{19}{15}$, und die Zahlen 19 und 15 sind also Primzahlen unter sich.

3.) Sehr oft ist es der Fall, daß man bey diesem Verfahren zum letzten aufgehenden Divisor und folglich als größten gemeinschaftlichen Divisor 1 erhält. Nun ist, wenn mit 1 in irgend eine Zahl dividirt wird, der Quotient immer so groß, als die Dividende, und mithin der Bruch, dessen Zähler und Nenner durch keinen größern gemeinschaftlichen Divisor als durch 1 dividirt werden kann, unverkleinerbar, d. h. die beyden Zahlen sind Primzahlen, wenigstens unter sich.

So erscheint beym Bruch $\frac{182339}{217001}$ als größter gemeinschaftlicher Divisor 1, daher dieser Bruch nicht verkleinert werden kann.

217001	182339
182339	1

182339	34662
173310	5

34662	9029
27087	3

9029	7575
7575	1
1454	

7575	1454
7270	5

1454	305
1220	4

305	234
234	1

234	71
213	3

71	21
63	3
8	

21	8
16	2

8	5
5	1

5	3
3	1

3	2
2	1

1	1
1	1
0	

§. 122.

Daß man nach der im vorigen §. angegebenen Regel immer eine Zahl findet, die in beyden gegebenen aufgeht, hat einstweilen die Erfahrung an den vorgekommenen Beyspielen gezeigt. Wir wollen nun aber auch untersuchen, warum die auf solche Art gefundene Divisoren gemeinschaftlich, und dann, warum sie auch größte gemeinschaftliche Divisoren seyn müssen.

Wäre im zweiten Beyspiel 585 in 741 aufgegangen, so wäre es selbst einmal gemeinschaftlicher Divisor, weil es sowohl in sich selbst als, nach der Voraussetzung, auch in 741 ohne Rest dividirt werden könnte; aber auch größter gemeinschafftlicher Divisor, weil ja in der Zahl 585 keine größere als sie selbstaufgehen kann. Da nun aber 585 in 741 nicht aufgeht, sondern 156 zum Rest läßt, so löse man beyde Zahlen in ihre Bestandtheile auf. Es ist nämlich, nach §. 74.

1.) $585 \times 1 + 156 = 741$,
2.) $156 \times 3 + 117 = 585$,
3.) $117 \times 1 + 39 = 156$,
4.) $39 \times 3 = 117$,

folglich auch, nach N° 3 und 4,

5.) $39 \times 3 \times 1 + 39 = 156$,

ferner, nach N° 2, 5 und 4,

6. $\begin{cases} (39 \times 3 \times 1 + 39) \times 3 + (39 \times 3) = 585, \\ \text{oder, weil } 39 \text{ auch} = 39 \times 1, \\ [(1 \times 3 \times 1 + 1 + 1)\ 3]\ 39 = 585, \end{cases}$

und endlich, nach N° 1, 6 und 5.

7.) $\begin{cases} [(39 \times 3 \times 1 + 39) \times 3 + (39 \times 3)] \times 1 + \\ \quad + (39 \times 3 \times 1 + 39) = 741, \\ \text{oder, weil wiederum } 39 = 39 \times 1, \\ [(1 \times 3 \times 1 + 1 + 1) 3 \times 1 + (1 \times 3 \times 1 + 1)] \\ \quad \times 39 = 741. \end{cases}$

Aus N° 6 und 7 erhellt deutlich, daß die Zahl 39 Faktor von beyden Zahlen, von 585 und 741 ist, daß diese beyden Zahlen keinen größern gemeinschaftlichen Faktor haben, und daß folglich 39 der größte gemeinschaftliche Divisor seyn muß. Die nämliche Schlußfolge läßt sich bey jedem Exempel dieser Art anbringen. *)

§. 123.

In den letzten §. §. beschäfftigten wir uns mit der ersten Vorbereitungsaufgabe in gebrochenen Zahlen, nämlich mit dem Verkleinern der Brüche. Wir gehen jetzt zur 2ten und 3ten, und lernen, wie uneigentliche Brüche in ganze oder vermischte Zahlen, und umgekehrt vermischte Zahlen in uneigentliche Brüche zu verwandeln sind.

1.) Da, nach §. 117, ein uneigentlicher Bruch einen größern Zähler als Nenner hat, und, nach §. 118,

---

*) Hat der Lehrer nicht mehrere fähige und zugleich wißbegierige Köpfe unter seinen Schülern, so wird er wohl thun, wenn er in einem solchen Jahr diesen Beweis völlig übergeht, was um so eher geschehen kann, da diese Auslassung den Zusammenhang des Ganzen nicht stöhrt.

der Zähler die Dividende und der Nenner der Divisor ist; so dividire man mit dem Nenner wirklich in den Zähler. Geht diese Division auf, so zeigt der Quotient die ganze Zahl an, welche dem gegebenen uneigentlichen Bruch gleich ist. Bleibt aber bey dieser Division ein Rest, so wird, wie gewöhnlich der Divisor als Nenner unter denselben geschrieben, dieser Bruch an den Quotienten angehängt, und dadurch die vermischte Zahl erhalten, welche dem uneigentlichen Bruche gleicht.

Beyspiele:

1.) Der uneigentliche Bruch sey $\frac{27}{3}$ so ist, da 3 in 27

27 | 27/3
27 |
--- | 9 mal geht, die ganze
0 |

Zahl 9 = $\frac{27}{3}$

2.) Der uneigentliche Bruch sey $\frac{517}{23}$, so ist, da 23 in 517

517 | 517/23
46 |
--- | 22 mal geht, und 11, die noch
57 |
46 |
--- |
11 |

$\frac{11}{23}$

durch 23 dividirt werden sollen, übrig bleiben, die vermischte Zahl $22\frac{11}{23} = \frac{517}{23}$

2.) Ist im Gegentheil eine vermischte Zahl in einen uneigentlichen Bruch zu verwandeln, so darf man dieß Verfahren nur umkehren, die ganze Zahl mit dem Nenner des angehängten Bruchs multipliciren, zu diesem Produkt den Zähler addiren, und den Nenner darunter schreiben.

Beyspiele:

1.) Es sey die vermischte Zahl $31\frac{4}{7}$, so ist, da

$$\begin{array}{r} 31\frac{4}{7} \\ 7 \\ \hline 217 \\ 4 \text{ addirt} \\ \hline 221 \\ \hline 7 \end{array}$$

31 mal 7 = 217 ist, und 4 dazu addirt 221 gibt, $\frac{221}{7} = 31\frac{4}{7}$. Der Nenner, 7, muß nicht gerade, wie es hier, der Deutlichkeit wegen, geschehehen ist, unter die ganze Zahl, 31, untergeschrieben, und der Zähler, 4, kann, während der Multiplication im Kopf addirt werden, indem man spricht: 7 mal 1 ist 7 und 4 ist 11 ꝛc.

2.) Bey der vermischten Zahl $25\frac{13}{29}$ steht demnach die Rechnung so:

$$\begin{array}{r} 25\ \frac{13}{29} \\ \hline 238 \\ 50 \\ \hline 738 \\ \hline 29 \end{array}$$

und man spricht: 9 mal 5 ist 45 und 3 im Zähler ist 48, setze 8 und behalte 4; 9 mal 2 ist 18 und 4 behalten ist 22 und 1 im Zähler ist 23; 2 mal 5 ist 10 ꝛc. Daß nun aber der uneigentliche Bruch $\frac{738}{29}$ gleich der vermischten Zahl $25\frac{13}{29}$ sey, wird keiner bezweifeln, der bedenkt, daß durch das Untersetzen des Nenners 29 unter 738 die mit 29 multiplicirte Zahl 25 wieder durch 29 dividirt wird (§. 118.) folglich, dem Werth nach, unverändert bleibt. *)

---

*) Das auf dem nämlichen Grund beruhende Verwandeln ganzer Zahlen in uneigentliche Brüche von einem bestimmten Nenner kommt sogleich im nächsten §. vor, in welchem vom absichtlichen Bilden der Brüche überhaupt gehandelt wird.

Diese beiden Aufgaben dienen sich auch, da jede die umgekehrte der andern ist, wechselseitig zur Probe.

Beyspiele:

1.) Man verwandle den uneigentlichen Bruch $\frac{45}{13}$ in eine vermischte Zahl.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 13 \\ \hline 39 & 3\ \frac{6}{13} \\ \hline 6 & \end{array}$$

Prüfung.

$$3\ \tfrac{6}{13}$$

$$45$$

$$13$$

2.) Man verwandle die vermischte Zahl $26\ \frac{3}{7}$ in einen uneigentlichen Bruch.

$$26\ \tfrac{3}{7}$$

$$185$$

$$7$$

$$
\begin{array}{r|l}
185 & 7 \\
\hline
14 & 26\frac{3}{7} \\
\hline
45 & \\
42 & \\
\hline
3 & \\
\hline
7 &
\end{array}
$$

§. 124.

Ehe wir zur 4ten Vorbereitungsaufgabe, zum Verwandeln ganzer Zahlen in Brüche übergehen, wollen wir die Frage: Wie kommen Brüche in die Rechnung? — beantworten. Es geschieht dieß auf dreyerley Art.

1.) Nicht selten sind die Brüche in der Aufgabe selbst unmittelbar gegeben. Dieß wäre z. B. der Fall, wenn gefragt würde: Unter 6 Personen sollen $3\frac{3}{4}$ Mltr. Frucht gleich vertheilt werden, wie viel bekommt Eine?

2.) Nicht weniger selten entstehen die Brüche erst während der Rechnung. Dieß ist immer der Fall, wenn entweder eine Division nicht aufgeht, und mit dem Quotienten, der also eine vermischte Zahl ist, noch weitere Veränderungen vorgenommen werden sollen, oder wenn, der Natur

der Aufgabe nach, mit einem größern Divisor in eine kleinere Dividende zu dividiren ist, wodurch, nach §. 118 und 117, ein eigentlicher Bruch entsteht.

Beyspiel zum 1ten Fall:

Zwey Bettler haben zusammen 7 fl erbettelt. Nach vorgenommener Theilung legt jeder das Seinige in eine Glücksbude. Der ältere zieht 3 mal, der jüngere 5 mal so viel, als er einlegte; wie viel hat jeder?

Hier muß offenbar zuerst mit 2 in 7 dividirt, und dann der Quotient, welcher $3\frac{1}{2}$ ist, so wohl mit 3 als mit 5 multiplicirt werden.

Beyspiel zum 2ten Fall:

9 Kinder bekommen von ihrem Vater 8 fl. geschenkt. Carl der vorher schon 3 hatte, möchte ein Buch kaufen, das 5 fl kostet; wie viel fehlt ihm noch?

Da hier mit 9 in 8 dividirt werden soll, so entsteht der eigentliche Bruch $\frac{8}{9}$ fl.

3.) Da endlich, ob es gleich den meisten Anfängern unglaublich vorkommt, in sehr vielen Fällen mit Brüchen leichter und kürzer als mit ganzen Zahlen zu rechnen ist; so bringt man häufig, statt der in der Aufgabe angegebenen ganzen Zahlen, absichtlich Brüche in die Rechnung, die

jenen ganzen Zahlen gleich sind, d. h. man verwandelt die ganzen Zahlen in Brüche von gleichem Werth.

Die Regeln dafür sind:

a.) Soll eine ganze Zahl, sie mag nun eine unbenannte oder eine benannte seyn, blos die Form eines Bruch bekommen; so verwandelt man sie dadurch in einen uneigentlichen Bruch, daß man ihr 1 als Nenner unterschreibt. (§. 119. N° 3.) So ist z. B. $23 = \frac{23}{1}$ und $544\text{ fl} = \frac{544}{1}\text{ fl}$. Wollte man auf diese Art eine ganze Zahl einer höhern Sorte in einen Bruch einer niedrigern z. B. 3 fl in einen Kreuzerbruch verwandeln; so multiplicirt man, wie gewöhnlich, mit der Eintheilungszahl, hier mit 60, die ganze Zahl der höhern Sorte, hier 3 fl, und schreibt dem Produkt 180 kr, den Nenner 1 unter. Es sind 3 fl $= \frac{180}{1}$ kr.

Auch 1 kann auf diese Art in Bruchform ausgedruckt werden. Es ist $1 = \frac{1}{1}$, aber auch $=$ jedem beliebigen Scheinbruch $= \frac{3}{3} = \frac{5}{5}$ ꝛc. weil immer der Quotient 1 ist, wenn Dividende und Divisor gleich sind.

b.) Soll hingegen der uneigentliche Bruch, welchen man aus der ganzen Zahl bilden will, einen gewissen, bestimmten Nenner haben, sollen z B. jene 23 in 12tel, oder jene 544 fl. in 21tel fl verwandelt werden; so multiplicire man, aus dem bereits in §. 123 N° 2 angegebenen Grunde, die ganze Zahl mit dem Nenner, welchen der Bruch bekommen soll, und setze dann diesen Nenner unter das Produkt.

Beyspiele:

1.) Man verwandle die unbenannte, ganze Zahl 314 in einen uneigentlichen Bruch, dessen Nenner 117 ist.

$$\begin{array}{r} 314 \\ 117 \\ \hline 2198 \\ 314 \\ \hline 314 \\ \hline 36738 \end{array}$$

$$\frac{36738}{117} = 314.$$

2.) Man drucke die benannte, ganze Zahl 17 kr. durch einen uneigentlichen Bruch aus, dessen Nener 20 ist.

$$\frac{17 \text{ kr.}}{20} \qquad \frac{340}{20} \text{ kr.} = \frac{34}{2} \text{ kr.} = 17 \text{ kr.}$$

c.) * Soll endlich eine benannte, ganze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, z. B. eine Anzahl kr. in einen Guldenbruch, oder eine Anzahl Maße in einen Viertel = Ohm = oder Fuderbruch verwandelt werden: so schreibt man unter die gegebene ganze Zahl diejenige als Nenner, welche anzeigt, wie viel Einheiten von der geringern Sorte auf die höhern gehen, und verkleinert dann diesen Bruch, wenn es sich thun läßt, so sehr als möglich.

Beyspiele:

1.) Welchem Guldenbruch gleichen 21 kr. ?

---

*) Da eine gewisse Gewandtheit in der Auflösung dieser Aufgabe fürs schnelle Rechnen überhaupt, also auch besonders fürs Kopfrechnen einen sehr großen Vortheil gewährt; so versäume man es ja nicht, den Schülern diese Gewandtheit durch häufige Beyspiele, so wie ihrem Gedächtniß die aliquoten Theile der am häufigsten vorkommenden Sorten beyzubringen.

Antwort: dem Bruch $\frac{7}{20}$ fl.

Da 60 kr. auf 1 fl gehen, folglich 1 kr. = $\frac{1}{60}$ fl ist; so sind auch 21 kr. = $\frac{21}{60}$ $\frac{3}{}$ fl. = $\frac{7}{20}$ fl.

2.) Welchem Ohmbruch (Durlacher Eich) gleichen 45 Maße?

Antwort: dem Bruch $\frac{5}{8}$ Ohm.

Da 72 Mß. auf 1 Ohm gehen, folglich 1 Mß. = $\frac{1}{72}$ Ohm ist; so sind 45 Mß = $\frac{45}{72}$ $\frac{9}{}$ = $\frac{5}{8}$ Ohm.

3.) Welchem Malterbruch gleichen 244 Sri. glatte Frucht? (Durlacher Mß.)

Antwort: dem Bruch $\frac{61}{2}$ Mltr.

Da 8 Sri. auf 1 Mltr. gehen, folglich 1 Sri. = $\frac{1}{8}$ Mltr. ist; so sind 244 Sri. = $\frac{244}{8}$ $\frac{4}{}$ = $\frac{61}{2}$ Mltr.

4.) Welchem Guldenbruch gleicht der Kronenthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche 3te ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

10 kr. = $\frac{1}{6}$ fl; 6 kr. = $\frac{1}{10}$ fl;
5 kr. = $\frac{1}{12}$ fl; 4 kr. = $\frac{1}{15}$ fl;
3 kr. = $\frac{1}{20}$ fl; 2 kr. = $\frac{1}{30}$ fl;
deßgleichen
$7\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{8}$ fl; $6\frac{2}{3}$ kr. = $\frac{1}{9}$ fl;
$2\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{24}$ fl ꝛc.

Die Durlacher Ohm enthält 72 Mß. Daher sind vollkommene Theile der Durlacher Ohm

36 Mß. = $\frac{1}{2}$ Ohm; 24 Mß. = $\frac{1}{3}$ Ohm;
18 Mß. = $\frac{1}{4}$ Ohm; 12 Mß. = $\frac{1}{6}$ Ohm;
9 Mß. = $\frac{1}{8}$ Ohm; 8 Mß. = $\frac{1}{9}$ Ohm;
6 Mß. = $\frac{1}{12}$ Ohm ꝛc.
deßgleichen
$14\frac{2}{5}$ Mß. = $\frac{1}{5}$ Ohm; $10\frac{2}{7}$ Mß. = $\frac{1}{7}$ Ohm ꝛc.

Auf diese Art kann man sich auch die vollkommener Theile anderer Sorten, z. B. des Pfundes, des Mltrs ꝛc. bekannt machen.

§. 125.

Das Entgegengesetzte von diesem Verwandeln einer ganzen Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern lernen wir in der 5ten Vorbereitungsaufgabe. Sehr oft will man nämlich wissen, wie viel Einheiten einer niedrigern Sorte in einem Bruch einer höhern enthalten sind, z. B. wie viel Kreuzer $\frac{3}{4}$ fl, wie viel Pfennige $\frac{7}{11}$ kr, wie viel Brtl. und

Mß. $\frac{4}{7}$ Ohm ausmachen. Man nennt dieß den Werth eines Bruchs finden — eine Aufgabe, welche wir im Grunde schon im ersten Curs, §. 75, wenn gleich nicht unter diesem Namen, aufzulösen gelernt haben. Wie wir dort den Rest einer nicht aufgegangenen Division, statt unter ihn den Divisor als Nenner zu setzen, durch Multiplication in die nächstkleinere Sorte verwandelt, und dann weiter dividirt haben; eben so müßen wir mit jedem Bruch verfahren, dessen Werth in einer niedrigern Sorte gefunden werden soll. Wäre z. B. der Bruch $\frac{4}{5}$ fl in Kreuzern auszudrücken, so sagen ja, nach §. 118, die $\frac{4}{5}$ fl. nichts anderes, als, daß mit 5 in 4 dividirt werden soll. Nun kann mit 5 in 4 fl nicht wirklich, wohl aber in 4 × 60 kr. dividirt werden, daher die Regel:

> Multiplicire den Zähler des Bruchs mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten derjenigen Sorte, in welcher der Werth des Bruchs ausgedruckt werden soll, auf die Sorte des Bruchs gehen, und dividire in dieß Produkt wirklich mit dem Nenner.

Beyspiele:

1.) Wie viel sind $\frac{3}{4}$ fl Kreuzer?

Antwort: 45 kr.

60 kr.
3
180 | 4
16 | 45 kr.
20
20

2.) Wie viel $\frac{2}{7}$ fl Kreuzer?

Antwort: 17 $\frac{1}{7}$ kr.

60 kr.

2

120 | 7
7 | 17 $\frac{1}{7}$ kr.
50
49
$\frac{1}{7}$

3.) Wie viel betragen $\frac{2}{19}$ Vrl. in Mßle.?

Antwort: $\frac{8}{19}$ Mßle.

4 Mßle.

2

8

19 Mßle.

4.) Wie viel $\frac{3}{5}$ Mltr. glatte Frucht, Durlacher Meß, in Sri. und Vrl.?

Antwort: 4 Sri., 3 $\frac{1}{5}$ Vrl.

I.

8 Sr.

3

24 | 5
20 | 4 $\frac{4}{5}$ Sri.
$\frac{4}{5}$

2.

4 Vrl.

4

16 | 5
15 | 3 1/5 Vrl.
1/5

5.) Wie viel 1/26 Rthlr. in g.gr. und Pfennigen?

Antwort: 24/26 g.gr., oder 11 1/13 ₰.

1.

24 g.gr.

1

24 g.gr.

26

2.

12 ₰

24

48

24

288 | 26
26 | 11 1/13 ₰.
28
26
2
2/26 = 1/13 ₰

6.) Wie viel $\frac{3}{11}$ Entr in den niedrigern Sorten?

Antwort: 27 ℔, 8 Lth, 2 Q. 54 $\frac{6}{11}$ Gr.

1.

100 ℔.

3

300 | 11

80 | 27 $\frac{3}{11}$ ℔.

$\frac{3}{11}$

2.

32 Lth.

3

96 | 11

$\frac{8}{11}$ | 8 $\frac{8}{11}$ Lth.

3.

4 Q.

3

32 | 11

$\frac{10}{11}$ | 2 $\frac{10}{11}$ Q.

4.

60 Gr.

10

600 | 11

50 | 54 $\frac{6}{11}$ Gr.

$\frac{6}{11}$

7.) Wie viel $\frac{2}{3}$ Ohm, Durlacher Eich, in Mß.?

Antwort: 48 Mß.

72 Mß.

2

144 | 3

12 | 48 Mß.

24

24

0

Geht der Nenner des Bruchs in der Eintheilungszahl auf, so gewährt es einen kleinen Vortheil, wenn man zuerst mit jenem in diese dividirt, und sodann den Quotienten mit dem Zähler multiplicirt. So geht im letzten Beyspiel der Nenner 3 in der Eintheilungszahl 72 auf, der Quotient ist 24 und 2×24 ist $= 48$.

Vollendet man die Auflösung dieser Aufgabe nicht ganz, d. h dividirt man nicht wirklich mit dem Nenner des Bruchs, sondern schreibt diesen wieder unters Produkt des Zählers in die Eintheilungszahl, so hat man den Bruch der höhern Sorte in einen Bruch der niedrigern verwandelt. So ist $\frac{3}{4}$ fl $= \frac{180}{4}$ kr.; $\frac{1}{72}$ fl $= \frac{60}{72}$ kr.; $\frac{2}{3}$ kr. $= \frac{8}{3}$ ₰; $\frac{1}{9}$ kr. $= \frac{4}{9}$ ₰. Die umgekehrte Aufgabe von dieser, das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, kann erst weiter unten, im §. 151 vorkommen. *)

---

*) Eigentlich besteht die Auflösung der Aufgabe: Den Werth eines Bruchs finden, darinn, daß man den Bruch mit der Eintheilungszahl multiplicirt, und das Produkt, wenn es ein eigentlicher Bruch ist, nach der zweiten Vorbereitungsaufgabe, in eine ganze oder vermischte Zahl verwandelt. Ist nun der Bruch der höhern Sorte so klein, daß man zum Produkt einen eigentlichen Bruch erhält, oder zieht man, wenn es ein uneigentlicher ist, absichtlich die Ganzen nicht heraus; so hat man den Bruch einer höhern Sorte in den einer niedrigern verwandelt. Es ist demnach diese 5te Vorbereitungsaufgabe blos eine leichte Anwendung der Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen

§. 126.

Wie die ungleichnamigt-gleichartigen Zahlen 13 Meßle und 3 Vrl. weder addirt noch subtrahirt werden können, ehe sie gleichnamigt gemacht worden sind; so können auch die ihnen gleiche Brüche $\frac{13}{16}$ Sri. und $\frac{3}{4}$ Sri. nicht addirt und subtrahirt werden, so lange sie ungleiche Nenner haben, indem ja $\frac{1}{16}$ Sri. so viel als 1 Mßle und $\frac{1}{4}$ Sri so viel als 1 Vrl. ist.

Will man demnach Brüche, deren Nenner ungleich sind, dennoch wirklich addiren oder subtrahiren, so muß man die 6te Vorbereitungsaufgabe: Brüche zu gleicher Benennung zu bringen, ohne ihren Werth zu ändern, aufzulösen im Stande seyn. Dieß geschieht, es mögen nun zwei oder mehrere Brüche seyn, die zu gleicher Benennung gebracht werden sollen, auf folgende Art:

Zahl, und sollte folglich erst im §. 128 vorkommen. Da sie sich aber verständlich genug auch vor der Multiplication der Brüche abhandeln läßt, so räumte ich ihr die gewöhnliche Stelle unter den Vorbereitungsaufgaben ein, damit sie im § 127 angebracht und geübt werden kann. Beym §. 128 kann sie sodann dem Schüler aus dem angeführten Gesichtspunkt gezeigt werden. Sie als eine Aufgabe der Regel de Tri zu betrachten, wie manche es thun, finde ich im populären Vortrag zwecklos.

1.) Schreibe die Brüche von ungleichen Nennern in eine Reihe unter einander.

2.) Setze rechter Hand neben jeden Bruch, durch eine Klammer abgesondert, das Produkt aus den Nennern aller übrigen Brüche.

3.) Multiplicire den Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit der, nach N°. 2, neben ihm stehenden Zahl; so erhälst du die neuen Brüche, deren Nenner gleich seyn werden.

Beyspiele:

1.) Die Brüche seyen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$; so wird, nachdem man sie in eine Reihe unter einander geschrieben hat,

$\frac{1}{2}$(12 $\frac{12}{24}$

$\frac{2}{3}$(8 $\frac{16}{24}$

$\frac{3}{4}$(6 $\frac{18}{24}$

zum obersten Bruch, zu $\frac{1}{2}$, die Zahl 12, als Produkt der beyden übrigen Nenner, 3 und 4; zum zweiten, $\frac{2}{3}$, die Zahl 8 als Produkt der Nenner 2 und 4, und zum dritten, $\frac{3}{4}$, die Zahl 6 als Produkt der Nenner 2 und 3 geschrieben, und endlich der Zähler und Neñer eines jeden Bruchs

mit diesen Zahlen multiplicirt, nämlich 12 × 1 ist 12 und 12 × 2 ist 24; 8 × 2 ist 16 und 8 × 3 ist 24; 6 × 3 ist 18 und 6 × 4 ist 24.

2.) Die Brüche seyen $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{6}$.

$\frac{3}{7}$(6 $\frac{18}{42}$

$\frac{5}{6}$(7 $\frac{35}{42}$

Da es hier nur 2 Brüche sind, so besteht das Produkt der übrigen Renner, das zum obern Bruch, zu $\frac{3}{7}$ geschrieben werden soll, aus dem einzigen Nenner 6, und eben so das Produkt, das zum untern, zu $\frac{5}{6}$ zu schreiben ist, aus dem einzigen Nenner 7; daher in diesem Fall die Regel noch kürzer so lautet: Schreibe zu jedem Bruch den Nenner des andern.

Daß die neuen Brüche den gegebenen gleich seyn müssen, erhellt aus §. 119, N°. 5, indem der Zähler so wohl als der Nenner eines jeden Bruchs mit einerley Zahl multiplicirt wird. Daß aber auch die neuen Brüche lauter gleiche Nenner haben, rührt daher, weil ihre Nenner Produkte aus gleichen Faktoren, nämlich Produkte aus allen Nennern der gegebenen Brüche sind. So ist im 1ten Beyspiel der Nenner 24 des ersten Bruchs = (3 × 4) × 2; der Nenner 24 des zweiten Bruchs = 2) × 4) × 3; und der Nenner 24 des dritten Bruchs =

(2 × 3) × 4. So leicht nun aber die oben angegebene Regel für den Verstand ist, so beschwerlich ist sie für die Ausübung wenn viele Brüche zu gleicher Benennung gebracht werden sollen. Auch erscheinen nach ihr die neuen Brüche meistens vielzahligter, als es nothwendig ist. Man kürzt daher gewöhnlich dieses weiläuftige Verfahren dadurch ab, daß mau dem sogenannten kleinsten Generalnenner sucht, d. h. die kleinste Zahl, in welcher alle Nenner aufgehen. Hat man diesen gefunden, so wird darein mit jedem Nenner dividirt, und mit den Quotienten, welche neben die Brüche geschrieben werden, der Zähler und Nenner jedes Bruchs multiplicirt.

Wie nun ein solcher Generalnenner auf die sicherste und leichteste Art gefunden werde, wollen wir fogleich an folgendem Beyspiel erlernen. Es seyen die Brüche $\frac{7}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{9}$.

1.) Man schreibe die Nenner in eine Querlinie neben einander, streiche diejenigen, die öfters vorkommen, durch bis auf Einen, und ziehe unter diese Linie von Nennern einen Strich.

9 12 6 15 18 6 9

2.) Haben die noch übrigen alle oder wenigstens 2 oder mehrere derselben einen gemeinschaftlichen Divisor, so schreibe man diesen vornen an den

Prüfung.

$$
\begin{array}{r|l}
185 & 7 \\
\hline
14 & 26\frac{3}{7} \\
\hline
45 & \\
42 & \\
\hline
3 & \\
\hline
7 &
\end{array}
$$

§. 124.

Ehe wir zur 4ten Vorbereitungsaufgabe, zum Verwandeln ganzer Zahlen in Brüche übergehen, wollen wir die Frage: Wie kommen Brüche in die Rechnung? — beantworten. Es geschieht dieß auf dreyerley Art.

1.) Nicht selten sind die Brüche in der Aufgabe selbst unmittelbar gegeben. Dieß wäre z. B. der Fall, wenn gefragt würde: Unter 6 Personen sollen $3\frac{3}{4}$ Mltr. Frucht gleich vertheilt werden, wie viel bekommt Eine?

2.) Nicht weniger selten entstehen die Brüche erst während der Rechnung. Dieß ist immer der Fall, wenn entweder eine Division nicht aufgeht, und mit dem Quotienten, der also eine vermischte Zahl ist, noch weitere Veränderungen vorgenommen werden sollen, oder wenn, der Natur

der Aufgabe nach, mit einem größern Divisor in eine kleinere Dividende zu dividiren ist, wodurch, nach §. 118 und 117, ein eigentlicher Bruch entsteht.

Beyspiel zum 1ten Fall:

Zwey Bettler haben zusammen 7 fl erbettelt. Nach vorgenommener Theilung legt jeder das Seinige in eine Glücksbude. Der ältere zieht 3 mal, der jüngere 5 mal so viel, als er einlegte; wie viel hat jeder?

Hier muß offenbar zuerst mit 2 in 7 dividirt, und dann der Quotient, welcher $3\frac{1}{2}$ ist, so wohl mit 3 als mit 5 multiplicirt werden.

Beyspiel zum 2ten Fall:

9 Kinder bekommen von ihrem Vater 8 fl. geschenkt. Carl der vorher schon 3 hatte, möchte ein Buch kaufen, das 5 fl kostet; wie viel fehlt ihm noch?

Da hier mit 9 in 8 dividirt werden soll, so entsteht der eigentliche Bruch $\frac{8}{9}$ fl.

3.) Da endlich, ob es gleich den meisten Anfängern unglaublich vorkommt, in sehr vielen Fällen mit Brüchen leichter und kürzer als mit ganzen Zahlen zu rechnen ist; so bringt man häufig, statt der in der Aufgabe angegebenen ganzen Zahlen, absichtlich Brüche in die Rechnung, die

jenen ganzen Zahlen gleich sind, d. h. man verwandelt die ganzen Zahlen in Brüche von gleichem Werth.

Die Regeln dafür sind:

a.) Soll eine ganze Zahl, sie mag nun eine unbenannte oder eine benannte seyn, blos die Form eines Bruch bekommen; so verwandelt man sie dadurch in einen uneigentlichen Bruch, daß man ihr 1 als Nenner unterschreibt. (§. 119. N° 3.) So ist z. B. $23 = \frac{32}{1}$ und $544\text{ fl} = \frac{544}{1}$ fl. Wollte man auf diese Art eine ganze Zahl einer höhern Sorte in einen Bruch einer niedrigern z. B. 3 fl in einen Kreuzerbruch verwandeln; so multiplicirt man, wie gewöhnlich, mit der Eintheilungszahl, hier mit 60, die ganze Zahl der höhern Sorte, hier 3 fl, und schreibt dem Produkt 180 kr, den Nenner 1 unter. Es sind 3 fl $= \frac{180}{1}$ kr.

Auch 1 kann auf diese Art in Bruchform ausgedruckt werden. Es ist $1 = \frac{1}{1}$, aber auch $= \frac{3}{3} = \frac{5}{5}$ 2c. weil immer der Quotient 1 ist, wenn Dividende und Divisor gleich sind.

b.) Soll hingegen der uneigentliche Bruch, welchen man aus der ganzen Zahl bilden will, einen gewissen, bestimmten Nenner haben, sollen z B. jene 23 in 12tel, oder jene 544 fl. in 21tel fl verwandelt werden; so multiplicire man, aus dem bereits in §. 123 N° 2 angegebenen Grunde, die ganze Zahl mit dem Nenner, welchen der Bruch bekommen soll, und setze dann diesen Nenner unter das Produkt.

Beyspiele:

1.) Man verwandle die unbenannte, ganze Zahl 314 in einen uneigentlichen Bruch, dessen Nenner 117 ist.

$$\begin{array}{r} 314 \\ 117 \\ \hline 2198 \\ 314 \\ 314 \\ \hline 36738 \end{array}$$

$$\frac{36738}{117} = 314.$$

2.) Man drucke die benannte, ganze Zahl 17 kr. durch einen uneigentlichen Bruch aus, dessen Nener 20 ist.

$$\frac{\frac{340}{20}}{20}\ \text{kr.} = \frac{34}{2}\ \text{kr.} = 17\ \text{kr.}$$

c.) * Soll endlich eine benannte, ganze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, z. B. eine Anzahl kr. in einen Guldenbruch, oder eine Anzahl Maße in einen Viertel = Ohm = oder Fuderbruch verwandelt werden: so schreibt man unter die gegebene ganze Zahl diejenige als Nenner, welche anzeigt, wie viel Einheiten von der geringern Sorte auf die höhern gehen, und verkleinert dann diesen Bruch, wenn es sich thun läßt, so sehr als möglich.

Beyspiele:

1.) Welchem Guldenbruch gleichen 21 kr. ?

*) Da eine gewisse Gewandtheit in der Auflösung dieser Aufgabe fürs schnelle Rechnen überhaupt, also auch besonders fürs Kopfrechnen einen sehr großen Vortheil gewährt; so versäume man es ja nicht, den Schülern diese Gewandtheit durch häufige Beyspiele, so wie ihrem Gedächtniß die aliquoten Theile der am häufigsten vorkommenden Sorten beyzubringen.

Antwort: dem Bruch $\frac{7}{20}$ fl.

Da 60 kr. auf 1 fl gehen, folglich 1 kr. = $\frac{1}{60}$ fl ist; so sind auch 21 kr. = $\frac{21}{60}$ $\overset{3}{}$ fl. = $\frac{7}{20}$ fl.

2.) Welchem Ohmbruch (Durlacher Eich) gleichen 45 Maße?

Antwort: dem Bruch $\frac{5}{8}$ Ohm.

Da 72 Mß. auf 1 Ohm gehen, folglich 1 Mß. = $\frac{1}{72}$ Ohm ist; so sind 45 Mß = $\frac{45}{72}$ $\overset{5}{}$ = $\frac{5}{8}$ Ohm.

3.) Welchem Malterbruch gleichen 244 Sri. glatte Frucht? (Durlacher Mß.)

Antwort: dem Bruch $\frac{61}{2}$ Mltr.

Da 8 Sri. auf 1 Mltr. gehen, folglich 1 Sri. = $\frac{1}{8}$ Mltr. ist; so sind 244 Sri. = $\frac{244}{8}$ $\overset{4}{}$ = $\frac{61}{2}$ Mltr.

4.) Welchem Guldenbruch gleicht der Kronenthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

Da der Kronenthaler 2 fl 42 kr., und 42 kr. $= \frac{42}{60}$ fl $= \frac{7}{10}$ fl ist; so gleicht der Kronenthaler der vermischten Zahl $2\frac{7}{10}$ fl, oder dem uneigentlichen Bruch $\frac{27}{10}$ fl.

5.) Welchem Guldenbruch der Laubthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{11}{4}$ fl.

Der Laubthaler ist 2 fl 45 kr., und 45 kr. sind $= \frac{45}{60}\overset{15}{\smile}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl; folglich ist der Laubthaler $= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$ fl.

6.) Welchem Guldenbruch der Reichsthaler?

Antwort: dem Bruch $\frac{3}{2}$ fl.

Der Rthlr. ist 1 fl. 30 kr.; 30 kr. sind $= \frac{30}{60}\overset{30}{\smile}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl, mithin der Rthlr. $= 1\frac{1}{2}$ fl. $= \frac{3}{2}$ fl.

7.) Welchem der Conventionsthaler? (nach dem 24 fl. Fuß)

Antwort: dem Bruch $\frac{12}{5}$ fl.

Der Conventionsthaler ist 2 fl. 24 kr.; 24 kr. sind $= \frac{24}{60}\overset{12}{\smile}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl, folglich der Conv. Thlr. $= 2\frac{2}{5}$ fl $= \frac{12}{5}$ fl.

Kommt man bey möglichster Verkleinerung dieser Brüche, wie dieß bey $\frac{30}{60}$ fl der Fall war, auf einen Bruch, dessen Zähler 1 ist; so ist dieß ein Zeichen, daß die Zahl der geringern Sorte, die man in einen Bruch einer höhern verwandelt hat, ein vollkommener Theil derjenigen Zahl ist, welche anzeigt, wie viel von der geringern auf die höhere gehen. Eine Zahl (sey es eine ganze oder gebrochene) heißt nämlich ein vollkommener Theil von einer größern, wenn es eine dritte ganze Zahl gibt, welche mit der kleinern multiplicirt die größere hervorbringt. So sind 50, 25, 20, 10, 5 vollkommene Theile von 100, weil 50 × 2, 25 × 4, 20 × 5, 10 × 10 und 5 × 20 die Zahl 100 geben.

Im Gegentheil ist eine Zahl ein unvollkommener Theil von einer größern, wenn es keine solche zte ganze Zahl gibt. Die Zahlen 40, 75, 39 sind mithin unvollkommene Theile von, 100, weil keine ganze Zahl gefunden werden kann, die mit ihnen multiplicirt 100 hervorbrächte.

Vollkommene Theile vom Gulden oder von 60 kr. wären demnach

30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl; 20 kr. = $\frac{1}{3}$ fl;
15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl; 12 kr. = $\frac{1}{5}$ fl;

10 kr. = $\frac{1}{6}$ fl; 6 kr. = $\frac{1}{10}$ fl;
5 kr. = $\frac{1}{12}$ fl; 4 kr. = $\frac{1}{15}$ fl;
3 kr. = $\frac{1}{20}$ fl; 2 kr. = $\frac{1}{30}$ fl;
deßgleichen
$7\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{8}$ fl; $6\frac{2}{3}$ kr. = $\frac{1}{9}$ fl;
$2\frac{1}{2}$ kr. = $\frac{1}{24}$ fl ꝛc.

Die Durlacher Ohm enthält 72 Mß. Daher sind vollkommene Theile der Durlacher Ohm

36 Mß. = $\frac{1}{2}$ Ohm; 24 Mß. = $\frac{1}{3}$ Ohm;
18 Mß. = $\frac{1}{4}$ Ohm; 12 Mß. = $\frac{1}{6}$ Ohm;
9 Mß. = $\frac{1}{8}$ Ohm; 8 Mß. = $\frac{1}{9}$ Ohm;
6 Mß. = $\frac{1}{12}$ Ohm ꝛc.
deßgleichen
$14\frac{2}{5}$ Mß. = $\frac{1}{5}$ Ohm; $10\frac{2}{7}$ Mß. = $\frac{1}{7}$ Ohm ꝛc.

Auf diese Art kann man sich auch die vollkommener Theile anderer Sorten, z. B. des Pfundes, des Mtrs ꝛc. bekannt machen.

§. 125.

Das Entgegengesetzte von diesem Verwandeln einer ganzen Zahl einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern lernen wir in der 5ten Vorbereitungsaufgabe. Sehr oft will man nämlich wissen, wie viel Einheiten einer niedrigern Sorte in einem Bruch einer höhern enthalten sind, z. B. wie viel Kreuzer $\frac{3}{4}$ fl, wie viel Pfennige $\frac{7}{11}$ kr, wie viel Vrtl. und

Mß. $\frac{4}{7}$ Ohm ausmachen. Man nennt dieß den Werth eines Bruchs finden — eine Aufgabe, welche wir im Grunde schon im ersten Curs, §. 75, wenn gleich nicht unter diesem Namen, aufzulösen gelernt haben. Wie wir dort den Rest einer nicht aufgegangenen Division, statt unter ihn den Divisor als Nenner zu setzen, durch Multiplication in die nächstkleinere Sorte verwandelt, und dann weiter dividirt haben; eben so müßen wir mit jedem Bruch verfahren, dessen Werth in einer niedrigern Sorte gefunden werden soll. Wäre z. B. der Bruch $\frac{4}{5}$ fl in Kreuzern auszudrücken, so sagen ja, nach §. 118, die $\frac{4}{5}$ fl. nichts anderes, als, daß mit 5 in 4 dividirt werden soll. Nun kann mit 5 in 4 fl nicht wirklich, wohl aber in 4 × 60 kr. dividirt werden, daher die Regel:

> Multiplicire den Zähler des Bruchs mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten derjenigen Sorte, in welcher der Werth des Bruchs ausgedruckt werden soll, auf die Sorte des Bruchs gehen, und dividire in dieß Produkt wirklich mit dem Nenner.

Beyspiele:

1.) Wie viel sind $\frac{3}{4}$ fl Kreuzer?

Antwort: 45 kr.

60 kr.
3
180 | 4
16 | 45 kr.
20
20

2.) Wie viel $\frac{2}{7}$ fl Kreuzer?

Antwort: 17 $\frac{1}{7}$ kr.

60 kr.

2

120 | 7

7 | $17\frac{1}{7}$ kr.

50

49

$\frac{1}{7}$

3.) Wie viel betragen $\frac{2}{19}$ Vrl. in Mßle.?

Antwort: $\frac{8}{19}$ Mßle.

4 Mßle.

2

8

19 Mßle.

4.) Wie viel $\frac{3}{5}$ Mltr. glatte Frucht, Durlacher Meß, in Sri. und Vrl.?

Antwort: 4 Sri., $3\frac{1}{5}$ Vrl.

I.

8 Sr.

3

24 | 5

20 | $4\frac{4}{5}$ Sri.

$\frac{4}{5}$

2.

4 Vrl.
4

16 | 5
15 | 3 1/5 Vrl.
1/5 |

5.) Wie viel 1/26 Rthlr. in g.gr. und Pfennigen?

Antwort: 24/26 g.gr., oder 11 1/13 ₰.

1.

24 g.gr.
1

24
g.gr.
26

2.

12 ₰
24

48
24

288 | 26
26 | 11 1/13 ₰.
28
26
2

2/26 = 1/13 ₰

6.) Wie viel $\frac{3}{11}$ Entr in den niedrigern Sorten?

Antwort: 27 ℔, 8 Lth, 2 Q. 54 $\frac{6}{11}$ Gr.

1.

100 ℔.

3

300	11
80	27 $\frac{3}{11}$ ℔.
$\frac{3}{11}$	

2.

32 Lth.

3

96	11
$\frac{8}{11}$	8 $\frac{8}{11}$ Lth.

3.

4 Q.

3

32	11
$\frac{10}{11}$	2 $\frac{10}{11}$ Q.

4.

60 Gr.

10

600	11
50	54 $\frac{6}{11}$ Gr.
$\frac{6}{11}$	

7.) Wie viel $\frac{2}{3}$ Ohm, Durlacher Eich, in Mß.?

Antwort: 48 Mß.

72 Mß.

2

144	3
12	48 Mß.
24	
24	
0	

Geht der Nenner des Bruchs in der Eintheilungszahl auf, so gewährt es einen kleinen Vortheil, wenn man zuerst mit jenem in diese dividirt, und sodann den Quotienten mit dem Zähler multiplicirt. So geht im letzten Beyspiel der Nenner 3 in der Eintheilungszahl 72 auf, der Quotient ist 24 und 2×24 ist $= 48$.

Vollendet man die Auflösung dieser Aufgabe nicht ganz, d. h dividirt man nicht wirklich mit dem Nenner des Bruchs, sondern schreibt diesen wieder unters Produkt des Zählers in die Eintheilungszahl, so hat man den Bruch der höhern Sorte in einen Bruch der niedrigern verwandelt. So ist $\frac{3}{4}$ fl $= \frac{180}{4}$ kr.; $\frac{1}{72}$ fl $= \frac{60}{72}$ kr.; $\frac{2}{8}$ kr. $= \frac{8}{3}$ ₰; $\frac{1}{9}$ kr. $= \frac{4}{9}$ ₰. Die umgekehrte Aufgabe von dieser, das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, kann erst weiter unten, im §. 151 vorkommen. *)

---

*) Eigentlich besteht die Auflösung der Aufgabe: Den Werth eines Bruchs finden, darinn, daß man den Bruch mit der Eintheilungszahl multiplicirt, und das Produkt, wenn es ein eigentlicher Bruch ist, nach der zweiten Vorbereitungsaufgabe, in eine ganze oder vermischte Zahl verwandelt. Ist nun der Bruch der höhern Sorte so klein, daß man zum Produkt einen eigentlichen Bruch erhält, oder zieht man, wenn es ein uneigentlicher ist, absichtlich die Ganzen nicht heraus; so hat man den Bruch einer höhern Sorte in den einer niedrigern verwandelt. Es ist demnach diese 5te Vorbereitungsaufgabe blos eine leichte Anwendung der Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen

§. 126.

Wie die ungleichnamigt-gleichartigen Zahlen 13 Meßle und 3 Vrl. weder addirt noch subtrahirt werden können, ehe sie gleichnamigt gemacht worden sind; so können auch die ihnen gleiche Brüche $\frac{13}{16}$ Sri. und $\frac{3}{4}$ Sri. nicht addirt und subtrahirt werden, so lange sie ungleiche Nenner haben, indem ja $\frac{1}{16}$ Sri. so viel als 1 Mßle und $\frac{1}{4}$ Sri so viel als 1 Vrl. ist.

Will man demnach Brüche, deren Nenner ungleich sind, dennoch wirklich addiren oder subtrahiren, so muß man die 6te Vorbereitungsaufgabe: Brüche zu gleicher Benennung zu bringen, ohne ihren Werth zu ändern, aufzulösen im Stande seyn. Dieß geschieht, es mögen nun zwei oder mehrere Brüche seyn, die zu gleicher Benennung gebracht werden sollen, auf folgende Art:

Zahl, und sollte folglich erst im §. 128 vorkommen. Da sie sich aber verständlich genug auch vor der Multiplication der Brüche abhandeln läßt, so räumte ich ihr die gewöhnliche Stelle unter den Vorbereitungsaufgaben ein, damit sie im § 127 angebracht und geübt werden kann. Beym §. 128 kann sie sodann dem Schüler aus dem angeführten Gesichtspunkt gezeigt werden. Sie als eine Aufgabe der Regel de Tri zu betrachten, wie manche es thun, finde ich im populären Vortrag zwecklos.

1.) Schreibe die Brüche von ungleichen Nennern in eine Reihe unter einander.

2.) Setze rechter Hand neben jeden Bruch, durch eine Klammer abgesondert, das Produkt aus den Nennern aller übrigen Brüche.

3.) Multiplicire den Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit der, nach N°. 2, neben ihm stehenden Zahl; so erhälst du die neuen Brüche, deren Nenner gleich seyn werden.

Beyspiele:

1.) Die Brüche seyen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$; so wird, nachdem man sie in eine Reihe unter einander geschrieben hat,

$\frac{1}{2}$(12 $\frac{12}{24}$

$\frac{2}{3}$(8 $\frac{16}{24}$

$\frac{3}{4}$(6 $\frac{18}{24}$

zum obersten Bruch, zu $\frac{1}{2}$, die Zahl 12, als Produkt der beyden übrigen Nenner, 3 und 4; zum zweiten, $\frac{2}{3}$, die Zahl 8 als Produkt der Nenner 2 und 4, und zum dritten, $\frac{3}{4}$, die Zahl 6 als Produkt der Nenner 2 und 3 geschrieben, und endlich der Zähler und Neñer eines jeden Bruchs

mit diesen Zahlen multiplicirt, nämlich 12 × 1 ist 12 und 12 × 2 ist 24; 8 × 2 ist 16 und 8 × 3 ist 24; 6 × 3 ist 18 und 6 × 4 ist 24.

2.) Die Brüche seyen $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{6}$.

$$\frac{3}{7}(6 \qquad \frac{18}{42}$$

$$\frac{5}{6}(7 \qquad \frac{35}{42}$$

Da es hier nur 2 Brüche sind, so besteht das Produkt der übrigen Nenner, das zum obern Bruch, zu $\frac{3}{7}$ geschrieben werden soll, aus dem einzigen Nenner 6, und eben so das Produkt, das zum untern, zu $\frac{5}{6}$ zu schreiben ist, aus dem einzigen Nenner 7; daher in diesem Fall die Regel noch kürzer so lautet: Schreibe zu jedem Bruch den Nenner des andern.

Daß die neuen Brüche den gegebenen gleich seyn müssen, erhellt aus §. 119, N°. 5, indem der Zähler so wohl als der Nenner eines jeden Bruchs mit einerley Zahl multiplicirt wird. Daß aber auch die neuen Brüche lauter gleiche Nenner haben, rührt daher, weil ihre Nenner Produkte aus gleichen Faktoren, nämlich Produkte aus allen Nennern der gegebenen Brüche sind. So ist im 1ten Beyspiel der Nenner 24 des ersten Bruchs = (3 × 4) × 2; der Nenner 24 des zweiten Bruchs = 2) × 4) × 3; und der Nenner 24 des dritten Bruchs =

$(2 \times 3) \times 4$. So leicht nun aber die oben angegebene Regel für den Verstand ist, so beschwerlich ist sie für die Ausübung wenn viele Brüche zu gleicher Benennung gebracht werden sollen. Auch erscheinen nach ihr die neuen Brüche meistens vielzahligter, als es nothwendig ist. Man kürzt daher gewöhnlich dieses weiläuftige Verfahren dadurch ab, daß mau dem sogenannten kleinsten Generalnenner sucht, d. h. die kleinste Zahl, in welcher alle Nenner aufgehen. Hat man diesen gefunden, so wird darein mit jedem Nenner dividirt, und mit den Quotienten, welche neben die Brüche geschrieben werden, der Zähler und Nenner jedes Bruchs multiplicirt.

Wie nun ein solcher Generalnenner auf die sicherste und leichteste Art gefunden werde, wollen wir fogleich an folgendem Beyspiel erlernen. Es seyen die Brüche $\frac{7}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{5}{9}$.

1.) Man schreibe die Nenner in eine Querlinie neben einander, streiche diejenigen, die öfters vorkommen, durch bis auf Einen, und ziehe unter diese Linie von Nennern einen Strich.

9 12 6 15 18 6 9

2.) Haben die noch übrigen alle oder wenigstens 2 oder mehrere derselben einen gemeinschaftlichen Divisor, so schreibe man diesen vornen an den

Strich, und dividire mit ihm wirklich. Die Quotienten, die größer als 1 sind, und die Nenner, welche nicht dividirt werden können, setze man unter den Strich.

3) 9 12 6 15 18 6 9
4 5 6 2 3

3.) Mit dieser neuen Linie von Zahlen verfahre man wie mit der ersten, und setze dieß so lange fort, bis man zuletzt eine Reihe von Zahlen erhält, unter denen keine mehr mit einer andern einen gemeinschaftlichen Divisor hat.

2) 4 5 6 2 3
2 5 3 3

4.) Die zuletzt herausgebrachten Zahlen und alle gemeinschaftlichen Divisoren, deren man sich bediente, werden in einander multiplicirt, und so der kleinste Generalnenner erhalten. Dieser ist demnach in unserm Beyspiel $= 2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 3 = 180$. Man schreibt ihn gemeiniglich entweder über die aufrechtstehende Reihe von Brüchen, die zu gleicher Benennung gebracht werden sollen, oder dieser Reihe zur Linken, und verfährt dann damit, wie oben bereits angegeben wurde. Unser Beyspiel steht dem zu Folge so:

$\frac{7}{9}$	(20	$\frac{140}{180}$
$\frac{11}{12}$	(15	$\frac{165}{180}$
$\frac{1}{6}$	(30	$\frac{30}{180}$
180.) $\frac{7}{15}$	(12	$\frac{84}{180}$
$\frac{5}{18}$	(10	$\frac{50}{180}$
$\frac{3}{6}$	(30	$\frac{90}{180}$
$\frac{5}{9}$	(20	$\frac{100}{180}$

Um weniger Zahlen schreiben zu dürfen, und um beym Addiren, wie sich bald zeigen wird, sonst leichte Verwirrungen zu vermeiden; kann man auch bey den neuen Brüchen ihre gleiche Nenner weglassen, und ihn blos beym untersten bemerken.

140

165

30

84

50

90

100

180

Hätte man jene Brüche auf die gewöhnliche Art zu gleicher Benennung gebracht, so würde der Nenner der neuen Brüche, statt 180, ein Produkt aus allen Nennern = $9 \times 12 \times 6$ ꝛc. = 9447840 gewesen seyn, woraus man den großen Vortheil, den das Aufsuchen eines kleinsten Generalnenners gewährt, erkennen kann. Dieser Vortheil fällt jedoch natürlicher Weise ganz weg, wenn die Nenner der Brüche lauter verschiedene Primzahlen sind.

Die angegebenen Regeln gründen sich auf folgende 2 Sätze:

1.) In jedem Produkt gehen alle Faktoren desselben auf, folglich auch im Produkt aller Nenner jeder einzelne derselben.

2.) In einer Zahl, in welcher z. B. Ein Sechser oder Neuner ꝛc. aufgeht, geht auch ein anderer Sechser oder Neuner ꝛc. auf Daher können die Nenner, die mehrmals vorkommen, bis auf Einen weggelassen, deßgleichen 2 oder mehrere mit einem gemeinschaftlichen Divisor dividirt werden.

Um diese letzte Folgerung aus dem 2ten Satz deutlich einzusehen, und zugleich einer unrichtigen Anwendung dieses Satzes vorzubeugen, wollen wir die Zahlen 15 und 25 als Nenner zweier Brüche annehmen. Diese beyden Zahlen gehen, nach dem 1ten Satz, gewiß in ihrem Produkt

dukt in 15 × 25 = 375 auf; beyde lassen sich aber auch durch einen gemeinschaftlichen Divisor, durch 5 dividiren.

$$5)\ \frac{15 \qquad 25}{3 \qquad 5}$$

Hierdurch erhält man die 3 Zahlen 5, 3 und 5, von welchen die erste gemeinschaftlicher Divisor, die beyden letztern die Quotienten sind, und deren Produkt in einander = 5 × 3 × 5 = 75 ist. Daß nun in dieser Zahl, 75, die Zahlen 15 und 25 nach dem zweiten Satz aufgehen müssen, erhellt, wenn man sie beyde in ihre Faktoren durch Division mit 5 zerlegt, und dadurch, weil 15 = 5 × 3 und 25 5 × 5 ist, die vier Zahlen 5, 3, 5, 5 erhält, von welchen man Einen Fünfer, aber nicht mehr nach dem zweiten Satz weglassen kann. Würde man auch den 2ten Fünfer weglassen, so blieben nur noch die zwey Zahlen 3 und 5 übrig, in deren Produkt, 15, die größere Zahl, 25, nicht aufgehen kann. Man würde auf diese Art den zweiten Satz offenbar unrichtig anwenden, und eine Zahl suchen, in welcher jede der vier Zahlen, 5, 3, 5, 5, nicht aber die Zahlen 15 und 25 aufgehen müßen. Es darf daher, wenn bey der Division mit einem gemeinschaftlichen Divisor ein Quotient zum Vorschein kommt, der diesem Divisor gleich ist, weder dieser noch jener weggelassen werden. So erhielt man im obigen Beyspiel die Zahlen 3 und 2 als gemeinschaftliche Divisoren, und die Zahlen 2, 5, 3 und 3 als letzte Quotienten. Der eine Dreier in

der Quotientenreihe wurde durchgestrichen, weil er in dieser Reihe noch einmal vorkommt, der andere aber und die Zahl 2 blieben stehen, obgleich beyde auch in der Divisorenreihe anzutreffen sind.

Kommt ferner in der Divisorenreihe, wie es öfters geschieht, eine Zahl 2, 3 ꝛc. mal vor, und hat man (was immer beobachtet werden muß, wenn man den möglichst kleinsten Generalnenner erhalten will) mit jedem gemeinschaftlichen Divisor in alle Zahlen dividirt, in denen er aufgeht; so müßen auch alle die gemeinschaftlichen Divisoren, wenn gleich 2 oder mehrere derselben gleich sind, zur Bildung des kleinsten Generalnenners beybehalten werden, wie aus folgendem Beyspiel erhellt:

Es seyen die Nenner

3)	9	12	15	18	24
3)	3	4	5	6	8
	4	5	2	8	
2)	2	5		4	
	5			2	

so ist $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 = 360$ der kleinste Generalnenner. Würde man nun hier in der Divisorenreihe, in welcher so wohl 3 als 2 zweymal vorkommt, nur einen Dreier und Zweier stehen lassen; so erhielte man die Zahl $3 \times 2 \times 5 \times 2 = 60$, in welcher offenbar 9, 12 und 24 nicht aufgehen.

Hätte man aber dieses Exempel auf folgende Art aufgelöst:

$$\begin{array}{r|ccccc} 2) & 9 & 12 & 15 & 18 & 24 \\ \hline & 9 & 6 & 15 & 9 & 12 \\ \hline 6) & & & & & \\ \hline & & 15 & 9 & 2 & \\ 3) & & \hline & & & \\ & & 5 & 3 & 2 & \end{array}$$

so erhielte man zum Generalnenner die Zahl $2 \times 6 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2 = 1080$, welche zwar allerdings auch Generalnenner, aber nicht der kleinste, sondern 3mal so groß als dieser $= 3 \times 360$ ist. Um dieß zu vermeiden, muß man immer bey der Wahl eines gemeinschaftlichen Divisors nicht darauf sehen, welches die größte Zahl ist, die in einigen der andern aufgeht sondern eine, wenn gleich kleinere Primzahl aufsuchen, die in die meisten ohne Rest dividirt werden kann. Beobachtet man dieß nicht, so ist man, um demungeachtet den kleinsten Generalnenner zu erhalten, am Ende genöthigt, den zu groß genommenen Divisor, der in diesem Fall immer eine zusammengesetzte Zahl ist, durch die größte in einer von beyden Reihen vorkommenden Primzahlen, die in ihm aufgeht, zu dividiren und den Quotienten statt seiner beyzubehalten. So muß in dem letzten Beyspiel der zusammengesetzte Divisor 6 durch die Primzahl 3, die in beiden Reihen unter denen in ihm aufgehenden die größte ist, dividirt und der Quotient 2 an seiner Stelle beybehalten werden, wenn man den kleinsten Generalnenner 360 erhalten will.

Lassen sich eine oder mehrere der gegebenen Brüche verkleinern, so thut man wohl, diese Verkleinerung vorzunehmen, ehe man den Generalnenner sucht. Die Brüche seyen $\frac{2}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{9}{18}$; so ist, weil $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $\frac{9}{18} = \frac{1}{2}$, zu folgenden Nennern

3) $\frac{2 \quad 6 \quad 3 \quad 3 \quad 2}{2 \qquad\qquad\qquad 2}$ der kleinste Generalnenner zu suchen.

Er ist also $= 3 \times 2 = 6$, und würde ohne die vorgenommene Verkleinerung $= 36$ gewesen seyn. Das Exempel steht nunmehr so:

$\frac{1}{2}$(3 $\quad$ 3

$\frac{1}{6}$(1 $\quad$ 6

6) $\frac{2}{3}$(2 $\quad$ 4

$\frac{1}{3}$(2 $\quad$ 2

$\frac{1}{2}$(3 $\quad$ $\frac{3}{6}$

Oft lassen sich auch 2 oder mehrere Brüche von ungleichen Nennern dadurch am leichtesten und schnellsten zu gleicher Benennung bringen, daß man bey jedem besonders überlegt, mit welcher Zahl sein Zähler oder Nenner entweder multiplicirt oder dividirt werden muß, um lauter gleiche Nenner zu erhalten.

Beyspiel:

Die Brüche seyen $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{1}{4}$. Hier sieht man bey einiger Aufmerksamkeit sogleich ein, daß, wenn der Zähler und Nenner beym Bruch $\frac{6}{12}$ mit 3 und beym Bruch $\frac{2}{8}$ mit 2 dividirt, hingegen beym Bruch $\frac{1}{2}$ beyde mit 2 multiplicirt werden, alle 3 zum Nenner die Zahl 4 bekommen, welchen Nenner der noch übrige Bruch $\frac{1}{4}$ bereits hat. Es ist nämlich.

$$\frac{6}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Von der Addition.

§. 127.

Wie die benannten ganzen Zahlen entweder gleichnamigt oder ungleichnamigt, *) und im letztern Fall wiede-

*) Man lasse hier den Schüler den Unterschied zwischen gleichnamigten und gleichbenannten Brüchen, welches letztere Beywort Brüche von gleichen Nennern bedeuten soll, recht deutlich bemerken, und mache ihn darauf aufmersam, daß gleichnamigte Brüche ungleichbenannte, und im Gegentheil gleichbenannte ungleichnamigt seyn können.

rum gleichartig oder ungleichartig seyn können, so ist dieß auch bey benannten gebrochenen Zahlen möglich. Die ungleichartigen Brüche $\frac{3}{4}$ fl und $\frac{1}{4}$ Mltr. können eben so wenig addirt werden, als die ganzen Zahlen 3 fl und 1 Mltr. Die ungleichnamigt-gleichartigen, z. B. $\frac{3}{7}$ fl. und $\frac{2}{3}$ kr., müßen vor allen Dingen gleichnamigt gemacht werden. Dieß könnte nun zwar, nach §. 125, durch Verwandlung aller Brüche höherer Sorten in Brüche der niedrigsten, kann aber auch auf dem umgekehrten Wege, der die Division der Brüche voraussetzt, und, wie schon einmal erinnert wurde, im §. 151 gelehrt werden soll, bewerkstelligt werden. Deßwegen sprechen wir vor der Hand blos von der Addition der gleichnamigten Brüche. Diese haben entweder schon gleiche Nenner oder nicht.

Ist daß letztere der Fall, so bringt man sie, nach §. 126, zuvor zu gleicher Benennung, addirt sodann nur die Zähler der neuen Brüche, als ob es ganze Zahlen wären, setzt unter die Summe derselben ihren gemeinschaftlichen Nenner, und verwandelt, wenn hierdurch ein uneigentlicher Bruch entsteht, denselben, nach §. 123, in eine ganze oder vermischte Zahl.

Blos die Zähler dürfen addirt werden, weil diese, nach §. 116, die eigentlichen Rechnungszahlen sind. Wie sehr man fehlen würde, wenn man auch die Nenner addiren wollte, erhellt sehr deutlich aus folgendem Beyspiel:

Werden die zwei ganze Zahlen 1 Viertel von einer Elle und noch 1 Viertel addirt, so erhält man zur Sum-

me die ganze Zahl 2 Viertel von einer Elle. Drückt man nun jene zwei Posten als Brüche aus, und addirt nicht blos die Zähler, sondern auch die Nenner derselben, so ist

$\frac{1}{4}$ Ellen.

$\frac{1}{4}$ Ellen.

die Summe $\frac{2}{8}$ Ellen $\overset{2}{=}$ $\frac{1}{4}$ Ellen = einem von beyden Posten. Addirt man hingegen blos die Zähler, so ist die richtige Summe $\frac{2}{4}$ Ellen $\overset{2}{=}$ $\frac{1}{2}$ Elle.

Additionsbeyspiele:

1.) Wie groß ist die Summe von $\frac{3}{4}$ fl, $\frac{3}{4}$ fl und $\frac{2}{4}$ fl?

Antwort: $1\frac{1}{2}$ fl.

fl
$\frac{1}{4}$
$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{4}$
$\frac{6}{4}$
6 fl

6 | 4
4 | $1\frac{1}{2}$ fl
2
$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ fl

2.) Einer, der mit Brüchen nicht rechnen kann, läßt bey der Addition mehrerer Kreuzerposten folgende Kreuzerbrüche weg $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{9}$ und $\frac{3}{4}$ kr; wie groß ist der Fehler, welchen er begeht?
Antwort: 4 kr.

Erfindung des kleinsten Generalnenners.

2) 2 3 4 6 9 9 4

3) 3 3 9 2

3 2

Er ist = 2 × 3 × 3 × 2 = 36.

kr.

$\frac{1}{2}$ (18 $\frac{18}{}$

$\frac{2}{3}$ (12 $\frac{24}{}$

$\frac{1}{4}$ (9 $\frac{9}{}$

36) $\frac{5}{6}$ (6 $\frac{30}{}$

$\frac{2}{9}$ (4 $\frac{8}{}$

$\frac{7}{9}$ (4 $\frac{28}{}$

$\frac{3}{4}$ (9 $\frac{27}{36}$

144 kr.

144 | 36

144 | 4 kr.

0

3.) Mann soll folgende Posten addiren: $13\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, 27, $1\frac{6}{9}$, $20\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$, $5\frac{5}{8}$ g. gr.; wie groß ist die Summe?

Antwort: 2 Rthlr. und 21 $\frac{67}{120}$ g. gr.

Erfindung des kleinsten Generalnenners.

5) 5 3 9 10 2 8

3) 3 9 2 2 8

2) 3 2 8

3 4

Er ist = 5 × 3 × 2 × 3 × 4 = 360.

g.gr

13 $\frac{4}{5}$ (72 $\frac{288}{}$

$\frac{2}{3}$ (120 $\frac{240}{}$

27

360) 1 $\frac{6}{9}$ (40 $\frac{240}{}$

20 $\frac{3}{10}$ (36 $\frac{108}{}$

$\frac{1}{2}$ (180 $\frac{180}{}$

5 $\frac{5}{8}$ (45 $\frac{225}{360}$

3 herübergebracht.

69 g.gr. $\frac{1281}{}$ g.gr.

128 | 1 | 60

108 | | 39 g. gr.

$\frac{20\,1}{360} = \frac{67}{120}$ g. gr.

69 g. gr. | 24 g. gr.
48 | 2 Rthlr.
21 g. gr.

4.) Welches ist die Summe folgender mehrsortigen Posten:

1ter Posten: $3\frac{4}{5}$ Mltr., $2\frac{9}{2}$ Sri, $2\frac{3}{4}$ Meßle.
2ter —— $7\frac{1}{10}$ Mltr., $\frac{1}{3}$ Sri, $1\frac{3}{5}$ Vrl
3ter —— 19 Mltr., $\frac{1}{8}$ Sri, $\frac{2}{15}$ Vrl.
und $2\frac{1}{2}$ Meßle (glatte Frucht, Durlacher Meß)?

Anwort: $29\frac{9}{10}$ Mltr., $6\frac{2}{2}\frac{3}{4}$ Sri, $2\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ Vrl. und und $1\frac{1}{4}$ Meßle.

Die kleinsten Generalnenner der Mltr. = Sri. = = Vrl. = und Meßle = Brüche sind, wie man auf den ersten Blick sieht, 10, 24, 15 und 4.

4

Meßle.

$2\ \frac{3}{4}$ (1 $\frac{3}{4}$

4)

$2\ \frac{1}{2}$ (2 $\frac{2}{4}$

1 herüberg.

5 Meßle | 4 Meßle. 5
4 | 1 Vrl. 5 | 4 Meßle.
1 Meßle | 4 | 1 Meßle.
1
4 Meßle

4

Vrl.

1 $\frac{3}{5}$ (3 $\frac{9}{15}$)

$\frac{2}{15}$ (1 $\frac{2}{15}$

1 von den Mßle herüberg.

---

2 Vrl. $\frac{1}{15}$ Vrl.

8

Sri.

2 $\frac{9}{2}$ (12 $\frac{108}{24}$)

$\frac{1}{3}$ (8 $\frac{8}{3}$)

$\frac{1}{8}$ (3 $\frac{3}{24}$

4 herüberg.

---

6 Sri. $\frac{119}{24}$ Sri.

119 | 24
96 | 4 Sri.

$\frac{23}{24}$ Sri.

Mtr.

$$3\ \frac{4}{5}(2\ \frac{8}{10})$$

$$7\ \frac{1}{10}(1\ \frac{1}{10})$$

19

29 Mtr. $\frac{9}{10}$ Mtr.

5.) Wie heißt die im 4ten Beyspiel gefundene Summe, wenn man den Werth der in ihr vorkommenden Mtr. - Sri. = und Vrl. = Brüche in niedrigern Sorten sucht, und dann aufs neue addirt?

Antwort: 30 Mtr., 6 Sri., 3 Vrl. und $2\frac{43}{60}$ Mßle

1.) Der Bruch $\frac{9}{10}$ Mtr. ist = 7 Sri., $3\frac{1}{5}$ Mßle, denn

8
9
7|2 | 1|0
2 7 Sri.
2 Sri.
10

4
2
8 Vrl.
10

4
8
3|2 | 1|0
3 Mßle.
2 = 1
10 = 5 Meßle.

2.) Der Bruch $\frac{23}{24}$ Sri. ist = 3 Vrl., 3 $\frac{1}{3}$ Mßle,

denn

23
4
92 | 24
72 | 3 Vrl.
20
24 Vrl.

4
20
80 | 24
72 | 3 Mßle
8 = 1
24 = 3 Mßle.

3.) Der Bruch $\frac{11}{15}$ Vrl. ist = 2 $\frac{14}{15}$ Mßle, denn

11
4
44 | 15
30 | 2 Mßle.
14
15 Mßle.

Demnach steht das Additionsexempel so:

4

Mßle.

1 $\frac{1}{4}$ (15 15

3 $\frac{1}{5}$ (12 12

60)

3 $\frac{1}{3}$ (20 20

2 $\frac{14}{15}$ (4 56
60

1 herüberg:

10 Mßle | 4
8 | 2 Vrl.
2 Mßle |

103 Mßle.
10 | 3 | 60
6 | 1 Mßle.
43/60 Mßle.

						3	
						2	von den Meßle herüberg.

30	M.	14	S.	8		7	V.	4	
		6	S.	1	M.	3	V.	1	Sri.

Von der Multiplication.

§. 128.

Wie bey der Multiplication ganzer Zahlen der natürliche Multiplicator immer im Grunde eine unbenannte Zahl seyn mußte, so ist es auch bey gebrochenen Zahlen. Wir unterscheiden hier folgende Fälle:

1ter Hauptfall: Einer von beyden Faktoren eine ganze, der andere eine gebrochene Zahl, und zwar

1.) entweder ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch,

2.) oder eine vermischte Zahl.

2ter Hauptfall: Beyde Faktoren gebrochene Zahlen, und zwar

1.) entweder beyde eigentliche oder uneigentliche Brüche,

2.) oder einer von beyden eine vermischte Zahl,

3.) oder beyde vermischte Zahlen.

Was nun zuvörderst den ersten Hauptfall betrifft, wenn einer von beyden Faktoren eine ganze Zahl ist, so erinnere man sich, daß einerley Produkt herauskommt, man mag diesen oder jenen von beyden Faktoren zur Rechnungsmultiplicande wählen. Wir nehmen daher immer die gebrochene Zahl als Multiplicande an, wenn sie gleich öfters, der Natur der Frage nach, Multiplicator seyn sollte.

Nun ist, wie schon mehrmals erinnert wurde, der Zähler jedes Bruchs die eigentliche Rechnungszahl, denn er zeigt ja an, wie viel Theile des Ganzen man in der Rechnung hat. Wird daher der Zähler bey unverändertem Nenner vermehrt, so wird der Bruch selbst vermehrt, folglich auch der Bruch mit irgend einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn sein Zähler damit multiplicirt, und sein Nenner nicht verändert wird.

Da ferner der Nenner die Zahl aller Theile anzeigt, in welche man sich das Ganze getheilt denkt, sowird der Bruch gleichfalls vermehrt, wenn man seinen Nenner bey unverändertem Zähler vermindert, indem durch diese Verminderung des Nenners das Ganze in weniger Theile getheilt, mithin auch jeder Theil größer wird. Ein Bruch wird daher auch mit irgend einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn

mann mit derselben in seinen Nenner dividirt, und den Zähler unverändert läßt.

Folgendes Beyspiel mag die Wahrheit dieser beyden Sätze durch die Erfahrung noch mehr bestättigen: Die ganze Zahl 3 Viertel von einer Elle gibt mit der Zahl 2 multiplicirt die ganze Zahl 6 Viertel von einer Elle. Jener ganzen Zahl 3 Viertel von einer Elle gleicht der Bruch $\frac{3}{4}$ Ellen. Multiplicirt man nun dessen Zähler 3 mit 2, und läßt den Nenner 4 unverändert, so erhält man den Bruch $\frac{6}{4}$ Ellen, welcher der ganzen Zahl 6 Viertel von einer Elle gleicht. Das nämliche richtige Produkt wird erhalten, wenn man den Nenner 4 von $\frac{3}{4}$ Ellen mit dem Multiplicator 2 dividirt, und den Zähler 3 unverändert läßt, indem man hierdurch den Bruch $\frac{2}{3}$ Ellen erhält, und $\frac{6}{4}$ durch 2 verkleinert $= \frac{3}{2}$ ist. Hieraus ergiebt sich für die Multiplication eines eigentlichen oder uneigentlichen Bruchs mit einer ganzen Zahl eine gedoppelte Regel:

1.) Multiplicire den Zähler des Bruchs,

oder

2.) Dividire seinen Nenner mit der ganzen Zahl.

Der zweiten Regel bedient man sich nur dann mit Vortheil, wenn die ganze Zahl in dem Nenner des Bruchs aufgeht.

Zuweilen ist auch die ganze Zahl so beschaffen, daß eine Verbindung beyder Regeln einen nicht zu verachtenden Vortheil gewährt. Geht nämlich nicht die ganze Zahl

in

n dem Nenner des Bruchs, sondern dieser in jener auf; so dividirt man mit dem Nenner in die ganze Zahl, und multiplicirt mit dem Quotienten den Zähler, wodurch immer eine ganze Zahl als Produkt erscheint. Gesetzt, es wäre der Bruch $\frac{3}{4}$ mit der ganzen Zahl 8 zu multipliciren, so stände dieß Exempel nach der 1ten Regel so:

$$\frac{3}{4} \times 8 = \frac{24}{4} = 6 \text{ (§. 123.)}$$

und nach der erwähnten Verbindung beyder Regeln so:

$$3/\!\!\!4 \times \overset{2}{8} = 6.$$

Ein weniger bedeutender Vortheil wird erhalten, wenn zwar weder die ganze Zahl in dem Nenner, noch dieser in jener aufgeht, aber doch beyde durch einen gemeinschaftlichen Divisor getheilt werden können. Ist diese Division vorgenommen, so verfährt man mit den Quotienten und dem ungeänderten Zähler nach der 1ten Regel. Es soll, z. B. $\frac{7}{8}$ mit 28 multiplicirt werden. Da hier 8 und 28 durch 4 theilbar sind, so schreibe:

$$7/\!\!\!\underset{2}{8} \times \overset{7}{28} = \frac{7 \times 7}{2} = \frac{49}{2}$$

Beyde erwähnten Vortheile sind im Grunde nichts anderst als eine Verkleinerung des gebrochenen Produkts, noch ehe die Faktoren desselben wirklich multiplicirt werden.

Kann der erste Vortheil angebracht werden, so wäre dieß Produkt, wenn er nicht angebracht würde, ein uneigentlicher Bruch, der sich durch seinen Nenner verkleinern läßt, wie aus obigem Beyspiel, $\frac{3}{4} \times 8 = \frac{24}{4}$, zu ersehen ist, wo das Produkt $\frac{24}{4}$ durch den Nenner 4 verkleinert werden kann. Eben so läßt sich bey dem zum zweiten Vortheil gegebenen Beyspiel, $\frac{7}{8} \times 28 = \frac{196}{8}$, das Produkt $\frac{196}{8}$ durch 4, durch die Zahl verkleinern, mit welcher der Nenner 8 und die ganze Zahl 28 noch vor der Multiplication hätten verkleinert werden können.

Ist die ganze Zahl dem Nenner des zu multipliciren-den Bruchs gleich, z. B. $\frac{5}{6} \times 6$ und wendet man hier die zweite Regel an,

$$5/6 \times 6 = \frac{5}{1},$$

so erhält man einen Bruch, dessen Zähler dem Zähler des gegebenen Bruchs gleich, und dessen Nenner 1 ist, d. h. weil ja $\frac{5}{1}$ 5, der Nenner fällt hinweg und der Zähler wird zu Ganzen — ein Satz, der wegen seiner ungemeinen Fruchtbarkeit besonders zu bemerken ist. *)

---

*) So leicht dieser Satz vom Verstande aufgefaßt wird, eben so leicht wird er, nicht so wohl vom Gedächtniß vergessen, als vielmehr in seiner Anwendung nicht erkannt Auf diese Anwendung möchte daher der Schüler in der Folge bey jeder Gelegenheit aufmerksam zu machen seyn.

Wir wollen nun die angegebene Regeln für die Multiplication eigentlicher Brüche mit ganzen Zahlen, so wie die hierbey zu beobachtenden Vortheile in folgenden Beyspielen noch mehr erläutern und üben.

1.) 1 ℔ Zucker kostet $\frac{3}{5}$ fl, was kosten 6 ℔?

Antwort: 3 fl, 36 kr.

$$\frac{3}{5} \text{ fl} \times 6 = \frac{18}{5} \text{ fl}$$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 5 \\ \hline 15 & 3\,\text{fl} \\ \hline 3 & \end{array}$$

$\frac{3}{5}$ fl = 36 kr., weil (§. 124)

$\frac{3}{5}$ fl. = 12 kr. ist.

2.) 1 Cntr. Heu kostet $\frac{3}{4}$ fl, was kosten 2 Cntr.?

Antwort: 1 fl, 30 kr.

$$3/_{2}^{4}\ \text{fl} \times 2 = \frac{2}{3}\ \text{fl} = 1\frac{1}{2}\ \text{fl} = 1\ \text{fl},\ 30\ \text{kr.}$$

3.) Wie viel Gulden sind 640 Kronenthlr.?

Antwort: 1728 fl.

1 Kronenthlr. ist (§. 124) = $\frac{27}{10}$ fl, daher

$$\frac{27}{10} \text{ fl} \times {}^{64}\!\not{6}\not{4}0 = 27 \times 64 = 1728 \text{ fl.}$$

4.) Wie viel sind 14 Kronenthlr. Gulden und Kreuzer?

Antwort: 37 fl, 48 kr.

$$\frac{27}{10}\ \text{fl} \times 14 = \frac{378}{10}\ \text{fl}$$

3718 | 10
8 | 37 fl

multiplicirt mit 6

48 kr.

Die bey der Division mit 10 in 378 übrig gebliebenen 8 wurden mit 6 multiplicirt, weil (nach §. 124.) $\frac{1}{10}$ fl = 6 kr. ist. Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der Kronenthaler mit 27, und und dividire in dieß Produkt mit 10. Der Quotient zeigt die Gulden und der Rest, mit 6 multiplicirt, die Kreuzer an.

5.) Wie viel Gulden und Kreuzer sind 120 Laubthaler.

Antwort: 330 fl.

1 Laubthlr. ist (§. 124) = $\frac{11}{4}$ fl, daher

$$\frac{11}{4}\ \text{fl} \times \overset{30}{\cancel{120}} = 330\ \text{fl}.$$

Hieraus ergibt sich die Regel:
Multiplicire die Zahl der Laubthaler mit 11, und dividire ins Produkt mit 4. Der Quotient zeigt die Gulden, und Rest mit 15 multiplicirt die Kreuzer an, in dem (§. 124.) 15 kr. = $\frac{1}{4}$ fl.

6.) Wie viel Gulden und Kreuzer sind 721 Rthlr.?

Antwort: 1081 fl, 30 kr.

1 Rthlr. ist (§. 124.) = $\frac{3}{2}$ fl, folglich

$\frac{3}{2}$ fl × 721 = 2163 fl

2163 | 2
16 | 1081 fl
3

$\frac{1}{2}$ fl = 30 kr.

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der Rthlr. mit 3, und dividire ins Produkt mit 2. Im Quotienten hast du die Gulden, und in dem mit 30 zu multiplicirenden Rest die Kreuzer.

7.) Wie viel Gulden und Kreuzer sind 912 Conventionsthlr.? (24 fl Fuß.)
Antwort: 2188 fl, 48 kr.
1 C.thlr. ist (§. 124.) = $\frac{12}{5}$ fl, daher

$\frac{12}{5}$ fl × 912 = 10944 fl

10944 | 5
9 | 2188 fl
44
44

$\frac{4}{5}$ fl = 48 kr.

Folglich die Regel:
Multiplicire die Zahl der Conventionsthlr. mit 12, und dividire ins Produkt mit 5. Der Quotient zeigt die Gulden, und der Rest, mit 12 multiplicirt, die Kreuzer an, indem (§. 124) $\frac{1}{5}$ fl = 12 kr.

8.) Wie viel sind 57 Sechsbätzner Gulden und Kreuzer?

Antwort: 22 fl, 48 kr.

Da 1 Dreibätzner oder 12 kr. (§. 124) = $\frac{1}{5}$ fl, so ist 1 Sechsbätzner = $\frac{2}{5}$ fl, folgl.

$\frac{2}{5}$ fl × 57 = 114 $\frac{kr}{fl}$

114	5
14	22 fl
$\frac{4}{5}$ fl = 48 kr.	

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der Sechsbätzner mit 2, und dividire ins Produkt mit 5. Der Quotient gibt Gulden, und der Rest mit 12 multiplicirt Kreuzer, indem $\frac{1}{5}$ fl (§. 124.) = 12 kr.

9.) Gesetzt einmal das Fdr. Wein (Durlacher Eich) kostete 1 fl, was würde die Mß. kosten?

Antwort: $\frac{1}{12}$ kr.

1 Mß. ist (§. 124.) = $\frac{1}{720}$ Fdr. Daher

1 fl × $\frac{1}{720}$ = $\frac{1}{720}$ fl = (§. 125.) $\frac{60}{720}$ kr. = $\frac{1}{12}$ kr.

10.) Kostet nun das Fdr., statt 1 fl, 124 mal so viel, d. h. 124 fl; wie viel wird die Mß. kosten?

Antwort $10\frac{1}{3}$ kr.

Weil das Fdr. 124 mal so viel kostet, als in dem 8ten Beyspiel angenommen wurde, so muß auch die Mß. 124 mal so viel kosten, als wir dort herausbrachten, d. h.

$124 \times \frac{1}{12}$ kr. $= \frac{124}{}$ kr.

$\underline{124} \mid \frac{12}{10}$ kr.

$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ kr.

Daher die Regel:

Dividire Zahl der Gulden, welche das Fdr. (D. E.) kostet, mit 12, so hast du im Quotienten die Zahl der Kreuzer, welche die Mß. kostet.

11.) Gesetzt das Mltr. glatte Frucht (Durlacher Meß) kostete 1 ifl; was würde 1 Mßle kosten?

Antwort $\frac{15}{32}$ kr.

1 Mßle ist (§. 124.) $= \frac{1}{128}$ Mltr. Daher
1 fl $\times \frac{1}{128} = \frac{1}{128}$ fl $=$ (§. 125.) $\frac{60}{128}$ kr. $=$ $\frac{15}{32}$ kr.

12.) Wenn nun das Mltr., statt 1 fl, 12 mal so viel, d. h. 12 fl. kostet; wie viel kostet das Mßle?

Antwort: $5\frac{5}{8}$ kr.

Weil das Mltr. 12 mal so viel kostet, als im 11ten Beyspiel angenommen wurde, so muß auch das Mßle 12 mal so viel kosten, als dort herauskam, nämlich

$$\frac{12}{3} \times \frac{15}{32} \text{ kr.} = \frac{45}{8} \text{ kr.} = 5\frac{5}{8} \text{ kr.}$$

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der Gulden, welche das Mltr. glatte Frucht (Durlacher Meß) kostet, mit 15, und dividire in dieß Produkt mit 32, so hast du im Quotienten die Zahl der Kreuzer, welche das Mßle kostet.

Nicht selten lassen sich hierbey, wie unser Beyspiel beweist, noch Abkürzungen anbringen.

13.) Gesetzt, der Entr. kostete 1 fl, was würde 1 ℔ kosten?

Antwort: $\frac{3}{5}$ kr.

1 ℔ ist (§. 124.) $= \frac{1}{100}$ Entr. Daher
1 fl $\times \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$ fl $=$ (§. 125.) $\frac{60}{100}$ kr.
$= \frac{3}{5}$ kr.

14.) Kostet nun der Entr., statt 1 fl, 15 mal so viel, d. h. 15 fl, was kostet das ℔?

Antwort: 9 kr.

Weil der Entr. 15 mal so viel kostet, als in N°. 13 angenommen wurde, so muß auch das ℔ 15 mal so viel kosten, als man dort herausgebracht hat, folglich

$$\frac{3}{15} \times \frac{3}{5} \text{ kr.} = 9 \text{ kr.}$$

Daher die Regel:

Multiplicire die fl, welche der Entr. kostet, mit 3 und dividire ins Produkt mit 5, so hast du im Quotienten die

Zahl der Kreuzer, welche das ℔ kostet. Auch hiebey finden, wie in unserm Beyspiel, noch Abkürzungen Statt.

Auf diese leichte Art kann man sich für alle Geld- Maß- und Gewichts-Sorten dergleichen Regeln selber machen, und, wenn das Gedächtniß sie vergessen hat, sogleich wieder auffinden. Ihre Umkehrungen werden wir bey der Division antreffen. *)

15.) 1 ℔ Kaffe kostet $\frac{4}{5}$ fl, was 20 ℔?

Antwort: 16 fl.

$$\frac{4}{\cancel{5}} \text{ fl} \times \overset{4}{\cancel{20}} = 16 \text{ fl.}$$

16.) Die Ohm Wein (O. E.) kostet 40 fl, was kosten 18 Mß.?

Antwort: 10 fl.

18 Mß. sind (§. 124.) = $\frac{1}{4}$ Ohm. Daher

$$\frac{1}{\cancel{4}} \times \overset{10}{\cancel{40}} \text{ fl} = 10 \text{ fl.}$$

---

*) Absichtlich ließ ich hier Einiges aus der sogenannten welschen Praktik mit einfließen, theils der Sache halber, theils um hier schon zu zeigen, daß nicht blos der Kenner der Algebra, dem ohnehin dergleichen Dinge Spielwerk sind, sondern sogar der Anfänger in Brüchen Selbsterfinder der Kunstgriffe werden kann, mit denen noch immer mancher Rechenmeister so geheimnißvoll thut.

17.) Wenn aber die Ohm derselben Eich nur 3 Louisd'ors kostete, was würden 24 Mß. kosten?

Antwort: 1 Louisd'or.

Es sind (§. 124.) 24 Mß. = $\frac{1}{3}$ Ohm Daher

$$\frac{1}{3} \times 3 \text{ L.} = \frac{1}{1} = 1 \text{ L.}$$

Aber nicht nur der vollkommenen Theile, sondern auch der unvollkommenen kann man sich auf diese Art, jedoch mit geringerem Vortheil bedienen.

18.) Das ℔ Butter kostet 23 kr., wie viel muß eine Hausfrau, die 48 ℔ zum Auslassen kaufen will, Gulden und Kreuzer haben?

Antwort: 18 fl, 24 kr.

23 kr. sind = 20 kr. + 3 kr. = $\frac{1}{3}$ fl + $\frac{1}{20}$ fl (§. 124.)

folglich $\frac{1}{3}$ fl × $\overset{16}{\cancel{48}}$ = 16 fl

und $\frac{1}{\overset{20}{5}}$ fl × $\overset{12}{\cancel{48}}$ = $\frac{12}{5}$ fl

12 | 5
10 | 2 fl

$\frac{2}{5}$ fl = 24 kr. (§. 124.)

16 fl
2 fl — 24 kr.

18 fl — 24 kr.

Oder

23 kr. sind = 24 kr. — 1 kr. = $\frac{2}{5}$ fl — $\frac{1}{60}$ fl
(§. 124.)

folglich $\frac{2}{5}$ fl × 48 = $\frac{96}{}$ fl

96 | 5
5 | 19 fl
46
45
$\frac{1}{5}$ fl = 12 kr. (§. 124.)

und $\frac{1}{60}$ fl × $\overset{4}{\cancel{48}}$ = $\frac{4}{5}$ fl = 48 kr. (§. 124.)

5

60

fl	kr.
19	12
	48
18	24

19.) 1 Ohm Wein (Durlacher Eich) kostet 44 fl, was kosten 28 Mß.?

Antwort: 17 fl, $6\frac{2}{3}$ kr.

28 Mß. sind = 24 + 4 Mß., folgl. (§. 124.)
= $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{18}$ Ohm, daher
$\frac{1}{3}$ × 44 fl = $\frac{44}{3}$ fl = $14\frac{2}{3}$ fl = 14 fl, 40 kr.
(§. 124.)

und $\frac{1}{18}$ × $\overset{22}{\cancel{44}}$ fl. = $\frac{22}{9}$ fl = $2\frac{4}{9}$ fl = 2 fl,

18
9

$26\frac{2}{3}$ kr. (§. 124.)

		☺
fl	—	kr.
14	—	40
2	—	26 $\frac{2}{3}$
17	—	6 $\frac{2}{3}$

Soll ferner nicht ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch, sondern eine vermischte Zahl mit einer ganzen multiplicirt werden; so kann man entweder die Vermischte in einen uneigentlichen Bruch verwandeln (manchmal auch in einen eigentlichen, wenn sie, wie z. B. $6\frac{2}{3}$ kr., ein vollkommener Theil von einer höhern Sorte ist) und damit verfahren, wie bisher; oder man multiplicirt zuerst den Bruch und dann die ganzen der vermischten Zahl, nachdem man zuvor aus dem ersten Produkt die etwaigen Ganze (nach §. 123.) herausgezogen hat, um sie zum zweiten Produkt addiren zu können.

Beyspiele:

1.) 1 Mß. kostet $13\frac{1}{7}$ kr., was kosten 14 Mß?

Antwort: 3 fl — 4 kr.

Erste Art.

$$\frac{13\frac{1}{7}\text{ kr.}}{\frac{92}{7}\text{ kr.} \times \overset{2}{14} = 18|4\text{ kr.}} \quad \frac{18}{4\text{ kr.}} \quad \Big|\frac{6|0}{3\text{ fl}}$$

Zweite Art.

$\frac{1}{8}$ kr. × $\overset{2}{\cancel{14}}$ = 2 kr.

13 kr.
14 mal

54
13
---
18 | 4 kr. | 6|0
18 | 3 fl
---
4 kr.

2.) Wenn der Schoppen $2\frac{1}{2}$ kr. kostet, und man täglich 1 Schpp. trinkt; wie viel machts in 10 Wochen aus?

Antwort: 2 fl — 55 kr.

Erste Art.

$2\frac{1}{2}$ kr.

$\frac{5}{2}$ kr. × $\overset{35}{\cancel{70}}$ = 17|5 kr. | 6|0
12 | 2 fl
---
55 kr.

Zweite Art.

$\frac{1}{2}$ kr. × $\overset{35}{\cancel{70}}$ = 35 kr.

2 kr.
70 mal

17|5 kr. | 6|0
12 | - fl
---
55 kr.

Dritte Art.

$2\frac{1}{2}$ kr. $=$ $\frac{1}{24}$ fl (§. 124.) daher

$$\frac{1}{\cancel{24}_{12}} \text{ fl} \times \overset{35}{\cancel{70}} = \frac{35}{12} \text{ fl} = 2\,\frac{11}{12} \text{ fl}$$

$=$ 2 fl, 55 kr. (weil $\frac{1}{12}$ fl $=$ 5 kr., (§. 124.)

§. 129.

Wie kommen nunmehr zum zweiten Hauptfall, wenn beyde Faktoren gebrochene Zahlen sind.

Sind sie eigentliche oder uneigentliche Brüche, so ist die Multiplicationsregel diese:

Multiplicire Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Das erste Produkt gibt den Zähler, das zweite den Nenner eines neuen Bruchs, welcher das verlangte Produkt beyder gegebenen Brüche ist.

Wäre z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ mit dem Bruch $\frac{2}{7}$ zu multipliciren, so stände diese Aufgabe nach der angegebenen Regel so:

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 7} = \frac{6}{28}$$

Daß hier das Produk, $\frac{6}{28}$, kleiner ausfällt als die Multiplicande, $\frac{3}{4}$, wird keinen wundern, der bedenkt, daß der Multiplicator, $\frac{2}{7}$, als ein eigentlicher Bruch, kleiner

als 1 ist und daß folglich $\frac{3}{4}$, indem man es $\frac{2}{7}$ mal nimmt, weniger als 1 mal genommen wird. So fiel auch im vorigen §. das Produkt eines eigentlichen Bruchs in eine ganze Zahl, wenn man diese als Multiplicande ansieht, kleiner als die Multiplicande aus.

Dem Grund für obige Multiplicationsregel müssen folgende Betrachtungen vorangehen, die um so wichtiger sind, weil auch die Regeln für die Division auf ihnen beruhen.

Wie der Bruch vermehrt wird, wenn sein Zähler bey unverändertem Nenner einen Zuwachs erhält (§. 128.) so wird er im Gegentheil vermindert, wenn man den Zähler verkleinert. Er wird daher mit irgend einer Zahl dividirt wenn man in seinen Zähler damit dividirt, und den Nenner unverändert läßt.

Deßgleichen, wie der Bruch vermehrt wird, wenn man bey unverändertem Zähler seinen Nenner verringert (§. 128., so wird er im Gegentheil kleiner, wenn man seinen Nenner vermehrt. Er wird daher mit irgend einer Zahl dividirt, w nn man damit seinen Nenner multiplicirt, und den Zähler unverändert läßt.

Auch hier soll ein ähnliches Beyspiel, wie im §. 128, die Wahrheit dieser beyden Sätze durch die Erfahrung noch mehr bestättigen.

Die ganze Zahl 9 Viertel von einer Elle gibt mit der Zahl 3 dividirt zum Quotienten 3 Viertel von einer

Elle. Jener ganzen Zahl 9 Viertel von einer Elle gleicht der uneigentliche Bruch $\frac{9}{4}$ Ellen. Dividirt man nun dessen Zähler mit 3, und läßt den Nenner, 4, unverändert; so erhält man den Bruch $\frac{3}{4}$ Ellen, welcher der ganzen Zahl 3 Viertel von einer Elle gleicht. Der nämliche richtige Quotient wird erhalten, wenn man den Nenner, 4, von $\frac{9}{4}$ Ellen mit 3 multiplicirt, und den Zähler, 9, unverändert läßt, denn hierdurch erscheint der Bruch $\frac{9}{12}$ Ellen, welcher mit 3 verkleinert $=$ $\frac{3}{4}$ Ellen ist. Soll nun z. B. $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{6}$ multiplicirt werden, so multiplicirt man den Bruch $\frac{2}{3}$ mit der ganzen 5 dadurch, daß man seinen Zähler, 2, damit multiplicirt. Hierdurch wird der Bruch $\frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3}$ erhalten. Dieß ist aber nicht das verlangte Produkt, indem ja nicht mit 5 Ganzen, sondern mit $\frac{5}{6}$, d. h. mit dem 6ten Theil von der ganzen Zahl 5 multiplicirt werden soll. Man muß daher den Bruch $\frac{10}{3}$ noch mit 6 dividiren, welches geschieht, wenn man seinen Zähler damit multiplicirt. So bekomt man den Bruch $\frac{10}{3 \times 6} = \frac{10}{18}$.

Auf diese Art erhellt die Richtigkeit der oben angegebenen Multiplicationsregel, mit der man nicht selten folgenden wichtigen Vortheil verbinden kann. Geht der Zähler oder der Nenner eines von beyden Faktoren im Nenner oder Zähler des andern auf; so nehme man, ehe multiplicirt wird, diese Division vor. Wäre z. B $\frac{3}{5}$ mit $\frac{15}{27}$ zu multipliciren, so kann sowohl der Nenner 5 des einen Faktors in den Zähler 15 des andern, als auch

der

der Zähler 3 des erstern in den Nenner des letztern, in 27 ohne Rest dividirt werden. Dieses Beyspiel steht demnach so:

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{5}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{9}{\cancel{27}}} = \frac{3}{9} = \frac{\overset{(3)}{1}}{3}.$$

Kann aber dieser Vortheil nicht angebracht werden, so läßt sich doch oft der Zähler des einen Faktors und der Nenner des andern durch einen gemeinschaftlichen Divisor verkleinern, wodurch eine ähnliche, obgleich minder beträchtliche Abkürzung erhalten wird. So kann, wenn $\frac{8}{15}$ mit $\frac{25}{36}$ multiplicirt werden sollte, der Zähler 8 und der Nenner 36 mit 4, deßgleichen der Nenner 15 und der Zähler 25 mit 5 verkleinert werden, und man erhält:

$$\frac{\overset{2}{8}}{\underset{3}{\cancel{15}}} \times \frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{9}{\cancel{36}}} = \frac{10}{27}.$$

Der Aufmerksame wird auch hier sogleich einsehen, daß diese beyden Vortheile ganz auf demselben Grunde beruhen, der im vorhergehenden §. bereits angegeben wurde, d. h. auf dem Verkleinern des Produkts beyder Brüche durch Division in die noch aus abgesonderten Faktoren bestehenden Zähler und Nenner desselben.

Beyspiele:

1.) Wenn das Loth Thee $\frac{2}{11}$ fl kostet, was kosten $\frac{2}{7}$ Lth. ?

Antwort : $\frac{4}{77}$ fl. oder 3 $\frac{9}{77}$ kr.

$\frac{2}{7} \times \frac{2}{11}$ fl. $=$ $\frac{4}{77}$ fl.

60 kr.

4

240 | 77

231 | 3 $\frac{9}{77}$ kr.

$\frac{9}{77}$ kr.

2.) 1 Entr. Heu kostet $\frac{8}{6}$ Rthlr., was kosten $\frac{3}{4}$ Entr. ?

Antwort: 1 Rthlr.

$\frac{3}{4} \times \frac{8^{2}}{6_{2}}$ Rthlr. $=$ $\frac{2}{2}$ $=$ 1 Rthlr.

3.) Wenn man für 1 Mltr. $\frac{7}{8}$ Louisd'ors zahlen muß, wie hoch kommen $\frac{6}{7}$ Mltr. ?

Antwort; $\frac{3}{4}$ L. oder 8 fl — 15 kr.

$\frac{7}{8}$ L. $\times \frac{6^{3}}{7}$ $=$ $\frac{3}{4}$ L.

4

11 fl

3

33 | 4

32 | 8 fl

$\frac{1}{4}$ fl. $=$ 15 kr.

4.) Karl hat 7 Kinder, sein Sohn Michael 10; den wie vielten Theil von Karls Vermögen erbt eines von diesen?

Antwort: $\frac{1}{70}$.

$$\frac{1}{7} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{70}.$$

Ein jedes von Karls Kindern, mithin auch der Michael erhält $\frac{1}{7}$. Dieser Theil $\frac{1}{10}$ mal genommen, weil Michael 10 Kinder hat, gibt $\frac{1}{70}$. Das Nämliche erhält man, wenn der Bruch $\frac{1}{7}$ mit der ganzen Zahl 10 dividirt, d. h. wenn, nach der obigen Bemerkung sein Nenner, 7, mit 10 multiplicirt wird.

5.) Wie viel Gulden und Kreuzer sind $\frac{10}{20}$ Kronenthaler?

Antwort: $\frac{3}{4}$ fl oder 45 kr.

$$\text{(§. 124) } \frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\cancel{36}} \text{ fl} \times \frac{\cancel{36}}{\underset{4}{\cancel{4}}} = \frac{3}{4} \text{ fl} = 45 \text{ kr.}$$

6.) Wie viel Gulden und Kreuzer $\frac{5}{9}$ Kr. Thlr?

Antwort: 4 fl — 30 kr.

$$\frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{2}{\cancel{18}}} \text{fl} \times \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\cancel{9}} = \frac{3}{2} \text{ fl} = 4\frac{1}{2} \text{ fl.} = 4 \text{ fl} —$$

30 kr.

7.) Wenn die Ohm (Durlacher Eich) $\frac{57}{4}$ fl kostet; wie viel kosten 24 Mß.?

Antwort: 4 fl — 45 kr.

(§. 124.) $\frac{\overset{19}{57}}{4}$ fl $\times \frac{1}{3} = \frac{19}{4}$ fl $= 4\frac{3}{4}$ fl $=$ 4 fl — 45 kr.

8.) Wenn der Centner $\frac{7}{9}$ fl kostet, wie viel kostet das lb?

Antwort: 1 $\frac{13}{15}$ ₰.

Nach §. 128, Beyspiel 13, müßen $\frac{3}{5}$ kr. mit $\frac{7}{9}$ multiplicirt werden, um die Kreuzer zu erhalten.

$$\frac{7}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{3}}{5} \text{ kr.} = \frac{7}{15} \text{ kr.}$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & \\ 4 & \\ \hline 28 & 15 \\ 15 & \hline \end{array}$$

1 ₰.

$\frac{13}{15}$ ₰.

Ist der eine von beyden Faktoren eine vermischte Zahl, so kann man sie entweder in einen uneigentlichen Bruch verwandeln, und verfahren wie bisher, oder man multiplicirt den angehängten Bruch und die ganze Zahl besonders, und addirt beyde Produkte zusammen. Soll z. B. die vermischte Zahl $3\frac{2}{5}$ mit $\frac{5}{8}$ multiplicirt werden, so stände diese Aufgabe entweder so:

$$\frac{3\frac{2}{5}}{\frac{17}{5}} \times \frac{5}{8} = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}.$$

oder so:

$$\frac{2}{5} \times \frac{5}{8} = \frac{2}{8}$$

$$3 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{8} \\ 1\frac{7}{8} \\ \hline 1\frac{9}{8} = 2\frac{1}{8} \end{array}$$

oder noch kürzer so:

$$3\ \frac{2}{5}\ \frac{5}{8}$$

$$\frac{15}{8} + \frac{2}{8} = \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}.$$

Beyspiele:

1.) Wenn 1 Sr. glatte Frucht, Hochberger Meß, $2\frac{3}{8}$ fl kostet, wie viel kosten 12 Mßle?
Antwort: 1 fl — 46 $\frac{7}{8}$ kr.

Erste Art.

Es sind (§. 124) 12 Mßle = $\frac{12}{16}$ Sr. $\overset{4}{=}$ $\frac{3}{4}$ Sr.

Daher

$2\frac{3}{8}$ fl

$1\frac{9}{8}$ fl × $\frac{3}{4}$ = $\frac{57}{32}$ fl

57 | 32 — 1 fl, 46 $\frac{7}{8}$ kr.
32
25
60
1500
128
220
192 (4)
$\frac{28}{32}$ = $\frac{7}{8}$ kr.

Zweite Art.

$\frac{3}{8}$ fl × $\frac{3}{4}$ = $\frac{9}{32}$ fl

60 kr.
9
540 | 32 — 16 $\frac{7}{8}$ kr.
32
220
192 (4)
$\frac{28}{32}$ = $\frac{7}{8}$ kr.

$\frac{3}{4}$ fl × $\frac{3}{4}$ = $\frac{9}{16}$ fl = $\frac{1}{2}$ fl = 30 kr.

(60)
fl — kr.
1 — 30
16 $\frac{7}{8}$

1 — 46 $\frac{7}{8}$

oder kürzer:

$$\begin{array}{r} 2\ \frac{3}{8}\ \text{fl} \\ \hline 3 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{9}{32} = \frac{48}{32} + \frac{9}{32} = \frac{57}{32}\ \text{fl}\ \text{rc.}$$

2.) 1 Sm., Rötteler Sinn, kostet $18\frac{2}{9}$ fl, was werden 30 Vrtl. kosten?

Antwort: 22 fl — $46\frac{2}{3}$ kr.

Erste Art.

Es sind (§. 124.) 30 Vrtl. $= \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$ Sm.
Daher:

$$41\ \frac{\frac{18\ \frac{2}{9}}{164}}{9}\ \text{fl} \times \frac{5}{4} = \frac{205}{4}\ \text{fl}$$

205 | 9
18 | 22 fl, $46\frac{2}{3}$ kr.
25
18
7
60
420
36
60
54
$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ kr.

Zweite Art.

$\frac{2}{9}$ fl $\times \frac{5}{\not{4}_2} = \frac{5}{18}$ fl.

60 kr.
5
300 | 18
18 | 16 $\frac{2}{3}$ kr.
120
108 (6)
$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ kr.

$^{9}\not{2}\not{8}$ fl $\times \frac{5}{\not{4}_2} = \frac{45}{2}$ fl $= 22\frac{1}{2}$ fl $= 22$fl $- 30$ kr.

(60)
fl — kr.
22 — 30
$16\frac{2}{3}$
22 — $46\frac{2}{3}$

oder kürzer:

$^{9}\not{2}\not{8}$ $\frac{2}{9}$ fl
$\frac{5}{\not{4}_2}$

$\frac{45}{2} + \frac{5}{18} = \frac{405}{18} + \frac{5}{18} =$

(2)
$\frac{410}{18} = \frac{205}{9}$ fl ꝛc.

3.) Die Mß. (D. E.) kostet $\frac{75}{11}$ kr, was $13\frac{1}{5}$ Mß.?

Antwort: 1 fl — 30 kr

Erste Art.

$$\frac{13\frac{1}{5}}{\frac{666}{5} \times \frac{75}{22}} \text{ kr.} = 90 \text{ kr.} = 1 \text{ fl} - 30 \text{ kr.}$$

Zweite Art.

$$\frac{1}{5} \times \frac{75}{11} \text{ kr.} = \frac{15}{11} \text{ kr.}$$

$$13 \times \frac{75}{11} \text{ kr.} = \frac{975}{11} \text{ kr.} = 88\ \frac{7}{11} \text{ kr.}$$

$$\begin{array}{r} 88\ \frac{7}{11} \text{ kr.} \\ \frac{15}{11} \text{ kr.} \\ 2 \\ \hline 90 \text{ kr.}\ \frac{22}{11} \text{ kr.} = 2 \text{ kr.} \end{array}$$

oder

$$\begin{array}{r} 13\ \frac{1}{5} \\ \hline \frac{75}{11} \text{ kr.} \\ \hline \frac{975}{11} \text{ kr.} \times \frac{15}{11} \text{ kr. ꝛc.} \end{array}$$

4.) Das Mltr. glatte Frucht (D. M.) kostet $14\frac{3}{5}$ fl, wie viel muß man fürs Meßle geben?

Antwort: $6\frac{27}{32}$ kr.

Nach §. 128, Beyspiel 11, müßen $\frac{15}{32}$ kr. mit $14\ \frac{3}{5}$ multiplicirt werden, um die Kreuzer zu erhalten.

Erste Art.

$$\frac{14\frac{3}{5}}{\frac{73}{5}} \times \frac{15^3}{32}\ \text{kr.} = \frac{219}{32}\ \text{kr.}$$

219 | 32
192 | 6 $\frac{27}{32}$ kr.
$\frac{27}{32}$ kr.

Zweite Art.

$$\frac{3}{5} \times \frac{15^3}{32}\ \text{kr.} = \frac{9}{32}\ \text{kr.}$$

$$7\frac{3}{4} \times \frac{15}{32}\ \text{kr.} = \frac{105}{16}\ \text{kr.}$$

32 | 16
16

105 | 16
96 | 6 $\frac{9}{16}$ kr.
$\frac{9}{16}$ kr.

$$6\frac{9}{16}\ \text{kr.} = 6\ \frac{18}{32}\ \text{kr.}$$

$\frac{9}{32}$ kr.

$6\ \frac{27}{32}$ kr.

oder:

$7\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$

$\frac{15_3}{32_{16}}$ kr.

$\frac{105}{16}$ kr. + $\frac{9}{32}$ kr. ꝛc.

Sind endlich beyde Faktoren vermischte Zahlen, so kann man sie gleichfalls entweder in uneigentliche Brüche verwandeln, oder einen Theil nach dem andern multipliciren, nämlich zuerst den Bruch, dann die Ganzen der Multiplicande zuerst mit dem Bruch und sodann mit den Ganzen des Multiplicators. Folgendes Beyspiel $3\frac{2}{7} \times 5\frac{3}{4}$ stände demnach entweder so:

$3\frac{2}{7} \times 5\frac{3}{4}$

$\frac{23}{7} \times \frac{23}{4} = \frac{529}{28}$

$\begin{array}{r|l} 529 & 28 \\ \hline 28 & 18\ \frac{25}{28} \\ \hline 249 & \\ 224 & \\ \hline 25 & \end{array}$

oder so:

$\begin{array}{cc|l} 3 & \frac{2}{7} & \\ 5 & \frac{3}{4} & \\ \hline & & \\ & \frac{9}{4} \quad \frac{6}{28} & \left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{4} = 2\ \frac{1}{4} \\ \frac{10}{7} = 1\ \frac{3}{7} \end{array} \right. \\ 15 \quad \frac{10}{7} & \\ 3 & \end{array}$

$18 + \frac{1}{4} + \frac{3}{7} + \frac{6}{28} = 18\ \frac{25}{28}$, indem

$\frac{1}{4} = \frac{7}{28}$ und $\frac{3}{7} = \frac{12}{28}$.

Diese 2te Art kann hauptsächlich (nach §. 128.) dann mit einigem Vortheil angebracht werden, wenn es sich trifft daß die Nenner in den ganzen Zahlen, oder diese in jenen aufgehen, wie bey folgenden Exempeln.

$3\frac{1}{2}\frac{5}{8}$

$3\frac{1}{2}\frac{3}{8}$

$\frac{15}{56}$

9

504 15

528 $\frac{15}{56}$

3

$\frac{4^2}{8^3}$

$\frac{3}{26_3}$

9

$\frac{3}{2}$ $\frac{2}{9}$

27 4

$32\frac{1}{2} + \frac{2}{9} = 32\frac{13}{18}$, indem

$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$ und $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$.

Beyspiele:

In einem Jahr braucht Haushalter $17\frac{2}{5}$ Rthlr. (Oberf.) wie viel in $3\frac{3}{4}$ Jahren?
Antwort: 65 fl, 15 kr.

Erste Art.

$$17\tfrac{2}{5}\text{ fl} \times 3\tfrac{3}{4}$$

$$\frac{87}{5}\text{ fl} \times \frac{15^3}{4} = \frac{261}{4}\text{ fl}$$

261 | 4
24 | 65 fl
21
20

$\frac{1}{4}$ fl = 15 kr.

Zweite Art.

17 $\frac{2}{5}$
3 $\frac{3}{4}$

$5\frac{1}{4}$ $\frac{6}{20}$
51 $\frac{6}{5}$
13

$\left\{\begin{array}{l} \frac{51}{4} = 12\frac{3}{4} \\ \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \end{array}\right.$

$64 + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{6}{20} = 65\frac{1}{4}$ fl, indem

$\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$ und $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Zur Uebung wollen wir noch folgende Aufgabe auflösen, in welcher die Multiplicande mehrsortig ist, mithin mehrere Multiplicationen vorkommen, und am Ende die einzelnen Produkte addirt werden müssen.

A in Dresden läßt aus Schwaben 1 Fdr. Wein (D. E.) kommen. Es werden ihm $3\frac{4}{5}$ Rthlr. — $\frac{2}{9}$ g. gr. und 3 ℔. Specen angerechnet. Wie viel muß hieran B, dem er 300 Mß. zukommen läßt, zahlen?

Antwort: 1 Rthlr. — 14 g. gr. — $2\frac{13}{36}$ ℔.

$\underset{6}{\frown}$ Da 300 Mß. (§. 124.) $= \frac{300}{720}$ Fdr. $\overset{10}{\frown}{=} \frac{30}{72}$ Fdr. $= \frac{5}{12}$ Fdr. sind, so ist $\frac{5}{12}$ der Multiplicator, mit welchem die mehrsortige Multiplicande zu multipliciren ist.

$\underset{1}{\frown}$

3 ℔
$\frac{5}{12}$ mal
4

$\frac{5}{4}$ ℔ $= 1\frac{1}{4}$ ℔.

2.

$\frac{2}{9}$ g. gr.

$\frac{5}{12}$ mal

$\frac{5}{54}$ g. gr. = $1\frac{1}{9}$ ℛ.

denn (§. 125.) 12 ℛ

$\frac{5}{60}$ ℛ = $1\frac{6}{54}$ ℛ = $1\frac{1}{9}$ ℛ.

3.

$3\frac{4}{5}$ Rthlr.

$\frac{19}{5}$ Rthlr.

$\frac{5}{12}$ mal

$\frac{19}{12}$ = 1 $\frac{7}{12}$ Rthlr. = 1 Rthlr. 14 g. gr.

denn (§. 125.) 24 | 12
24 | 2

= $\frac{7}{14}$ g. gr. = $\frac{7}{12}$ Rthlr.

2.

Addition der einzelnen Produkte.

		24		12		
Rthlr.	—	g. gr.	—	ℛ		
1	—	14	—	$1\frac{1}{4}$	(9	$\frac{9}{36}$
				$1\frac{1}{9}$	(4	$\frac{4}{36}$
1 Rthlr	—	14 g. gr.	—	2		$\frac{13}{36}$ ℛ.

§. 130.

Sollen mehrere Brüche mit einander multiplicirt werden, z. B. $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times \frac{12}{22} \times \frac{11}{2}$, so multiplicirt man alle Zähler, desgleichen alle Nenner in einander, oder, wenn man aufheben konnte, die Zahlen, welche dadurch an ihre Stelle kamen.

$$\frac{\cancel{3}^{\cancel{3}}}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{9}_{3}} \times \frac{\cancel{12}^{\cancel{2}}}{\cancel{22}_{11}} \times \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{2}} = \frac{2}{1} = 2.$$

Beyspiel:

Christoph hat an einer Handlung $\frac{5}{7}$ Antheil. Hievon gibt er seiner Tochter $\frac{3}{5}$ zur Aussteuer, die davon $\frac{2}{3}$ an Ludwig, welcher 10 Kinder hat, verkauft, wie viel Antheil hat Eines dieser Kinder an der Handlung?

Antwort: $\frac{1}{35}$.

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{\cancel{10}_{5}} = \frac{1}{35}.$$

§. 131.

Verbindung der Addition mit der Multiplication.

Beyspiel:

Es gibt einer wochentlich aus:
in die Haushaltung 14 fl — 45 kr.
für Tabak $1\frac{1}{3}$ fl.
im Caffehaus 2 fl — 40 kr,
an die Armen 12 kr.
wie viel machen diese 4 Ausgaben in $1\frac{1}{2}$ Jahr?

Antwort: 1478 $\frac{1}{10}$ fl.

				fl	
	14 fl,	45 kr.	=	$14\frac{3}{4}$	(15 —
G. N. 60.)				$1\frac{1}{2}$	(20 $\frac{20}{}$
	2 fl,	40 kr.	=	$2\frac{2}{3}$	(20 $\frac{40}{}$
		12 kr.	=	$\frac{1}{5}$	(12 $\frac{12}{60}$
				1	

18 fl 117
11|7|60
6 | 1 fl.
$\frac{57}{60} = \frac{19}{20}$ fl

$1\frac{1}{2}$ Jahr = 52 + 26 = 78 Wochen.

Daher

$18\frac{19}{20}$ fl

$\frac{379}{20}$ fl × $\frac{78}{39}$ = $\frac{14781}{10}$ = 1478 fl $\frac{1}{10}$ fl.
20
10

Zweite Art.

$14\frac{3}{4}$ fl

$\frac{59}{4}$ fl × $\frac{78}{39}$ = $\frac{2301}{2}$ fl = $1150\frac{1}{2}$ fl.
4
2

$1\frac{1}{5}$ fl

$\frac{1\frac{1}{2}\text{ fl}}{\frac{4}{3}\text{ fl}} \times \frac{78}{26} = 104\text{ fl.}$

$\frac{2\frac{2}{5}\text{ fl}}{\frac{8}{3}\text{ fl}} \times \frac{78}{1} = 208\text{ fl.}$

$\frac{1}{5}\text{ fl} \times 78 = \frac{78}{5}\text{ fl} = 15\frac{3}{5}\text{ fl.}$

fl

1150½ (5 $\frac{5}{10}$

104

208

$15\frac{3}{5}$ (2 $\frac{6}{10}$

1

1478 fl $\frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$ fl

Von der Subtraktion.

§. 132.

Ungleichartige Brüche können eben so wenig von einander subtrahirt werden, als sie addirt werden können. Die ungleichnamigt gleichartigen müßen vor allen Dingen gleichnamigt gemacht werden. Von ihnen wird also erst in der Folge die Rede seyn. Bey der Subtraktion der gleichnamigten unterscheiden wir folgende Haupt- und Unterfälle:

1ter Hauptf. — Minuende und Subtrahende gebrochen.

1.) M. und S. eigentliche oder uneigentliche Brüche.

2.) M. eine vermischte Zahl und S. ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch.

a.) Der Bruch der M. größer als der Bruch der S.

b.) Der Bruch der M. kleiner als der Bruch der S.

3.) M. ein uneigentlicher Bruch und S. eine vermischte Zahl.

4.) M. und S. vermischte Zahlen.

a.) Der Bruch der M. größer als der Bruch der S.

b.) Der Bruch der M. kleiner als der Bruch der S.

2ter Hauptf. — Entweder die Minuende oder die Subtrahende eine ganze Zahl.

1.) Die Subtrahende eine ganze Zahl.

2.) Die Minuende eine ganze Zahl.

Wer sich in allen diesen Fällen gehörig zu benehmen weißt, für den kann auch die Subtraktion mehrsortiger gebrochener Zahlen, wovon am Ende des §. ein Beyspiel vorkommen wird, keine Schwierigkeit haben.

Betrachten wir daher jetzt einen Fall nach dem andern.

1.) Sind Minuende und Subtrahende eigentliche oder uneigentliche Brüche, so haben sie entweder schon gleiche Nenner oder nicht. Ists das letztere, so werden sie vor allen Dingen zu gleicher Benennung gebracht, und sodann, aus dem im §. 127 angegebenen Grunde, blos die Zähler, als wären sie ganze Zahlen, gewöhnlich subtrahirt. Unter ihre Differenz schreibt man den gemeinschaftlichen Nenner, und sucht, wenn dieser Bruch ein uneigentlicher seyn sollte, daraus die Ganzen.

Beyspiele:

1.) Vier kaufen mit einander 1 Entr Caffe. A nimmt $\frac{2}{5}$ und jeder der 3 übrigen, B, C und D, $\frac{1}{5}$ Centner. Nach dieser Vertheilung gibt A an B noch $\frac{1}{7}$ und C an D noch $\frac{1}{15}$ Entr. ab; wie viel hat A und wie viel C noch übrig?

Antwort: A $\frac{9}{35}$ Entr. und C $\frac{2}{15}$ Entr.

I.

Entr.

$\frac{2}{5}$ (7 $\frac{14}{35}$

$\frac{1}{7}$ (5 $\frac{5}{35}$

$\frac{9}{35}$ Entr. hat A übrig.

2.)

Entr.

$\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$

$\frac{1}{15} = \frac{1}{15}$

$\frac{2}{15}$ Entr. hat C übrig.

2.) Aus einem Faß, das, nach Durl. Eich, $\frac{5}{13}\frac{7}{3}$ Fdr. hält, läßt man 840 Mß. heraus; wie viel Fdr. sind noch darinn?

Antwort: $3\ \frac{17}{78}$ Fdr.

840 Mß. sind (§. 124.) $= \frac{840}{720}^{120} =$
$\frac{7}{6}$ Fdr. Daher.

Fdr.

$\frac{5}{13}\frac{7}{3}$ (6 $\frac{342}{78}$

$\frac{7}{6}$ (13 $\frac{91}{78}$

$\frac{251}{78}$ Fdr.

$251 \mid 78$

$234 \mid 3\ \frac{17}{78}$ Fdr.

$\frac{17}{78}$ Fdr.

2.) Ist die Minuende eine vermischte Zahl, die Subtrahende hingegen ein Bruch, und zwar kleiner als der Bruch der Minuende; so verfährt man eben so, und ruckt am Ende die ganze Zahl neben die gefundene Differenz beyder Brüche herab.

Beyspiele:

1.) Ein Zuckerhut wiegt $6\frac{3}{4}$ ℔. Man klopft ein Stück davon, welches $\frac{1}{8}$ ℔ schwer ist; wie viel Pfunde muß das größere Stück noch wiegen?

Antwort: $6\frac{5}{8}$ ℔.

℔		
$6\frac{3}{4}$	(2	$\frac{6}{8}$
$\frac{1}{8}$	(1	$\frac{1}{8}$
6		$\frac{5}{8}$ ℔

2.) Ein vom Regen durchnäßter Bote läßt sich wägen, und findet, daß er $1\frac{3}{5}$ Cntr. schwer sey. Ein andermal, wo er dieselben, jedoch trocknen Kleider an hat, wiegt er $\frac{1}{10}$ Cntr. weniger; wie schwer war er das zweitemal?

Antwort: $1\frac{1}{2}$ Cntr.

Cntr.		
$1\frac{3}{5}$	(2	$\frac{6}{10}$
$\frac{1}{10}$	(1	$\frac{1}{10}$
1		$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ Cntr.

3.) Ist aber der Bruch der Minuende kleiner als der Bruch der Subtrahende, so muß zum ersteren von den Ganzen 1 geliehen, dieses 1 (nach §. 124.) in einen Scheinbruch von glei-

chem Nenner verwandelt, und dazu addirt werden, ehe man subtrahiren kann.

Beyspiele:

1.) Ein Faß samt der darinn enthaltenen Waare wiegt $5\frac{2}{5}$ Cntr., das Faß allein $\frac{3}{4}$ Cntr; wie schwer ist die Waare?

Antwort: 4 $\frac{13}{20}$ Cntr.

Cntr.

$$5\cdot\tfrac{2}{5} = \tfrac{28}{20}$$
$$\tfrac{3}{4} = \tfrac{15}{20}$$
$$4\qquad \tfrac{13}{20}\ \text{Cntr.}$$

Weil, nachdem man die Brüche $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{4}$ zu gleicher Benennung gebracht hat, $\frac{15}{20}$ von $\frac{8}{20}$ nicht abgezogen werden können; so wurde von den 5 Ganzen $1 = \frac{20}{20}$ geliehen, und daher 15 von 28 abgezogen.

2) Von einem Kornhaufen, der $17\ \frac{2}{9}$ Mltr. enthält, wurden $\frac{3}{5}$ Mltr. gefaßt; wie viel ist noch übrig?

Antwort: 16 $\frac{28}{45}$ Mltr.

Mltr.

$$17\cdot\tfrac{2}{9} = \tfrac{155}{45}$$
$$\tfrac{3}{5} = \tfrac{27}{45}$$
$$16\qquad \tfrac{28}{45}\ \text{Mltr.}$$

Ist die Subtrahende ein, ein oder mehrere Einheiten enthaltender uneigentlicher Bruch; so zieht man aus ihm die Ganzen, und verfährt dann nach N°. 5 oder 6. Doch kann man auch in diesem Falle von den Ganzen der Minuende mehrere Einheiten entlehnen.

3.) A bekommt mit der Post 203 $\frac{5}{6}$ fl, und muß $\frac{17}{5}$ fl Porto geben, wie viel hat er eigentlich erhalten?

Antwort: 200 $\frac{13}{30}$ fl,

	fl	115
...		25
203 $\frac{5}{6}$	(5	$\frac{}{30}$
$\frac{17}{5}$	(6	$\frac{102}{30}$
200		$\frac{13}{30}$ fl.

Die bey 203 geliehenen 3 Einheiten sind $= \frac{90}{30}$, zu welchen $\frac{25}{30}$ addirt $\frac{115}{30}$ ausmachen.

4.) Ist die Minuende ein uneigentlicher Bruch und die Subtrahende eine vermischte Zahl, so zieht man abermals entweder aus der erstern die Ganzen, und verfahrt nach N°. 5 oder 6, oder man verwandelt die Subtrahende auch in einen eigentlichen Bruch, und erhält so den Fall N°. 1.

Beyspiele:

1.) Von $1\frac{2}{3}\frac{8}{1}$ ℔ Pulver sind $40\frac{2}{7}$ ℔ verschossen worden; wie groß ist der noch übrige Vorrath?

Antwort: $2\frac{8}{21}$ ℔.

	℔
$1\frac{2}{3}\frac{8}{1}$	(7 $\frac{8}{2}\frac{9}{1}\frac{6}{}$
$40\frac{2}{7} = \frac{2}{7}\frac{8}{}\frac{2}{}$	(3 $\frac{8}{2}\frac{4}{1}\frac{6}{}$

$\frac{50}{}$ ℔.

50 | 21

42 | $2\frac{8}{21}$ ℔.

$\frac{8}{21}$ ℔.

2.) Ein Schmalzhafen wiegt gefüllt $4\frac{1}{3}$ ℔ und leer $3\frac{7}{4}$ ℔, wie viel Schmalz faßt er?

Antwort: $8\frac{11}{12}$ ℔.

	℔
$4\frac{1}{3}$	(4 $1\frac{6}{1}\frac{4}{2}$
$3\frac{7}{4} =$	$\frac{1}{4}\frac{9}{}$ (3 $\frac{5}{1}\frac{7}{2}$

$\frac{107}{}$ ℔.

107 | 12

96 | $8\frac{11}{12}$ ℔.

$\frac{11}{12}$ ℔.

5.) Sind Minuende und Subtrahende vermischte Zahlen und wiederum der Bruch der letztern kleiner als der Bruch der erstern; so werden

zuerst die zu gleicher Benennuug gebrachten Brüche und sodann auch die Ganzen gewöhnsubtrahirt.

Beyspiele:

1.) Ein Kaufmann erhält $14\frac{3}{7}$ ℔ Waare, von welcher nur $2\ \frac{2}{11}$ ℔ gut sind; wie viel ℔ schlechte hat er erhalten?

Antwort: $12\ \frac{19}{77}$ ℔.

℔	
$14\ \frac{3}{7}$	$(11\ \ \frac{33}{77}$
$2\ \frac{2}{11}$	$(7\ \ \frac{14}{77}$
12	$\frac{19}{77}$ ℔

2.) Jacob ist $7045\frac{1}{2}$ fl schuldig, bezahlt daran $6099\frac{2}{7}$ fl; wie viel hat er noch zu bezahlen?

Antwort: $946\ \frac{3}{14}$ fl.

fl.	
$7045\ \frac{1}{2}$	$(7\ \ \frac{7}{14}$
$6099\ \frac{2}{7}$	$(2\ \ \frac{4}{14}$
946	$\frac{3}{14}$ fl

6) Wenn aber Bruch der Minuende kleiner als der der Subtrahende ist, so muß, wie in N°. 3, geliehen werden.

Beispiele:

1.) Ein Schneidermeister rechnet für die Verfertigung mehrerer Kleidungsstücke 13 $\frac{1}{10}$ Rthlr. an. Die Zuthaten kosteten ihn 4$\frac{6}{7}$ Rthlr.; wie hoch hat er seine Zeit und seine Mühe angeschlagen?

Antwort: 8 $\frac{17}{70}$ Rthlr.

Rthlr.	
13 · $\frac{1}{10}$ (7	$\frac{77}{70}$
4 $\frac{6}{7}$ (10	$\frac{60}{70}$
8	$\frac{17}{70}$ Rthlr.

2.) In einem Bandladen werden von einem 137 1/4 Ellen haltenden Stück 97 1/2 Ellen verkauft; wie viel sind noch übrig?

Antwort: 39 $\frac{3}{4}$ Ellen.

Ellen.	
137 · $\frac{1}{4}$ (1	$\frac{13}{4}$
97 $\frac{1}{2}$ (2	$\frac{2}{4}$
39	$\frac{3}{4}$ Ellen.

3.) Von 20 $\frac{1}{3}$ ℔ Flachs erhält man 16 $\frac{2}{4}$ ℔ Garn; wie groß ist der Abgang?

Antwort: $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ ℔.

lb

:: 104

20 $\frac{1}{3}$ (8 $\frac{8}{24}$

16 $\frac{29}{8}$ (3 $\frac{87}{24}$

—— $\frac{17}{24}$ lb

Die bey 20 geliehenen 4 Einheiten sind $= \frac{96}{24}$, wozu $\frac{8}{24}$ addirt $\frac{104}{24}$ gibt.

7.) Ist die Subtrahende eine ganze Zahl, so kann die Minuende eine vermischte oder ein uneigentlicher Bruch seyn. Ist das erstere, so werden die ganzen Zahlen, wie gewöhnlich, subtrahirt, und zu ihrer Differenz der Bruch der Minuende herabgeruckt.

Beyspiele:

1.) Es nimmt einer in einem Jahre ein, 304 $\frac{2}{9}$ fl, und gibt in demselben nur aus, 200 fl; wie viel hat er zuruckgelegt?

Antwort: 104 $\frac{2}{9}$ fl.

fl.

304 $\frac{2}{9}$

200

—————

104 $\frac{2}{9}$ fl.

Sind die Ganzen der Subtrahende größer als die Ganzen der Minuende, der Bruch der

letztern aber ein mehrere Einheiten enthaltender uneigentlicher Bruch, so, daß dennoch die ganze Minuende größer als die Subtrahende; so nimmt man zuvor entweder von der Subtrahende so viele Einheiten weg, bis der Rest = den Ganzen der Minuende, und verwandelt die weggenommenen Einheiten (nach §. 124) in einen uneigentlichen Bruch, dessen Nenner = dem Nenner des Bruchs der Minuende; oder man sucht aus dem uneigentlichen Bruch der Minuende die Ganzen, und addirt sie zur ganzen Zahl derselben.

2.) Von 25 $1\frac{2}{3}$ Louisd'ors werden ausgegeben 31 L.; wie viel ist noch übrig?

Antwort: $\frac{1}{3}$ Louisd'or.

L.

$$\begin{array}{rcll} & & 25 & 1\frac{2}{3} \\ 31 & = & 25 & 1\frac{3}{3} \\ \hline & & & \frac{1}{3} \text{ L.} \end{array}$$

Oder.

L.

$$25\ 1\tfrac{2}{3} = 31\ \tfrac{1}{3}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \hline \frac{1}{3} \text{ L.} \end{array}$$

Ist die Minuende ein uneigentlicher Bruch so beobachtet man dasselbe Verfahren.

3.) Von $1\frac{7}{3}$ Kronenthlr. werden 5 ausgegeben, wie viel hat man noch?

Antwort: $\frac{2}{3}$ Kronenthlr.

Kr. thlr.

$1\frac{7}{3}$

$5 = 1\frac{5}{3}$

$\frac{2}{3}$ Kr. Thlr.

Oder.

Kr. thlr.

$1\frac{7}{3} = 5\frac{2}{3}$

5

$\frac{2}{3}$ Kr. Thlr.

8.) Ist endlich die Minuende eine ganze Zahl, so kann die Subtrahende ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch oder eine vermischte Zahl seyn. Das Verfahren hierbey erhellt genugsam aus den bisherigen Beyspieleu.

1.) Von 3 Mltr. werden $\frac{5}{6}$ Mltr. in die Mühle gegeben, wie viel ist noch Frucht übrig?

Antwort: $2\frac{1}{6}$ Mltr.

Mtr.

3 $\frac{6}{6}$

$\frac{5}{6}$

---

2 $\frac{1}{6}$ Mtr.

2.) Von 3 Mß. wurden $\frac{7}{4}$ Mß. getrunken, wie viel sind nach da?

Antwort: 1 $\frac{1}{4}$ Mß.

Mß.

3 $\frac{8}{4}$

$\frac{7}{4}$

---

1 $\frac{1}{4}$ Mß.

Oder

Mß.

3 $\frac{4}{4}$

$\frac{7}{4}$ = 1 $\frac{3}{4}$

---

1 $\frac{1}{4}$ Mß.

3.) Statt 7 Entr. erhält man nur 5 $\frac{1}{6}$ Entr., wie viel fehlt?

Antwort: 1 $\frac{5}{6}$ Entr.

7 $\frac{6}{6}$

5 $\frac{1}{6}$

---

1 $\frac{5}{6}$ Entr.

4.) An 12 Lth. fehlen 2 $\frac{2}{3}$ Lth., wie viel hat man erhalten?

Antwort: 7 $\frac{1}{3}$ Lth.

... Lth.

12 $\frac{2}{3}$

2 $\frac{8}{3}$

---

7 $\frac{1}{3}$ Lth.

Verschiedene dieser Fälle, die wir bisher betrachtet haben, kommen in folgendem Beyspiel vor, in welchem Minuende und Subtrahende mehrsortig sind.

In einem Keller liegen 7 1/2 Fdr. 3 1/4 Ohm, 5/9 Vrtl., 2 1/3 Mß. Wein (Durlacher Eich) Es werden daraus verkauft 5/3 Fdr., 7/9 Ohm, 3 1/2 Vrtl. und 9 2/5 Mß.; wie viel ist noch darinn?

Antwort: 5 5/6 Fdr., 1 $\frac{17}{36}$ Ohm, 7 $\frac{1}{18}$ Vrtl. und 4 $\frac{14}{15}$ Mß.

6

Mß.

12 20

2 $\frac{1}{3}$ (5 $\frac{5}{15}$

9 $\frac{2}{5}$ (3 $\frac{6}{15}$

---

4 $\frac{14}{15}$ Mß.

12

Vrtl.

12 $\frac{5}{9}$ (2 $\frac{10}{18}$

3 $\frac{1}{2}$ (9 $\frac{9}{18}$

---

7 $\frac{1}{18}$ Vrtl.

10

Ohm.

3 $\frac{1}{4}$ (9 $\frac{45}{36}$

$\frac{7}{9}$ (4 $\frac{28}{36}$

---

1 $\frac{17}{36}$ Ohm.

Fdr.

7 $\frac{1}{2}$ (3 $\frac{15}{6}$

$\frac{5}{3}$ (2 $\frac{10}{6}$

---

5 $\frac{5}{6}$ Fdr.

Weil, nachdem die beyden Maßbrüche, $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{5}$ zu gleicher Benennung gebracht waren, $\frac{6}{15}$ von $\frac{5}{15}$ nicht abgezogen werden konnten; so lieh man 1 bey den 2 Maßen, und

er=

erhielt dadurch $\frac{20}{15}$, von denen $\frac{6}{15}$ abgezogen $\frac{14}{15}$ zum Rest ließen. Um ferner die 9 ganzen Maße abziehen zu können, mußte bey 3 Ohm 1 Ohm geliehen werden, welche 12 Vrtl. gab, von denen 2 zu den Maßen gebracht 12 Mß. ausmachten, so, daß man sprechen konnte 9 von 13 läßt 4 Mß. Von jenen 3 Ohm mußte abermals 1 geliehen werden, weil $\frac{38}{36}$ von $\frac{9}{36}$ nicht abgezogen werden konnten. Hiedurch erhielt man in der Minuende $\frac{45}{36}$, von welchen $\frac{38}{36}$ subtrahirt $\frac{17}{36}$ Ohm zum Rest ließen. Die noch übrige 1 Ohm wurde herabgeruckt. Ebenso konnten $\frac{10}{6}$ Fdr. von $\frac{3}{6}$ Fdr. nicht weggenommen werden. Man lieh daher bey 7 Fdr. 2, und erhielt dadurch in der Minuende $\frac{15}{6}$, von denen $\frac{10}{6}$ abgezogen $\frac{5}{6}$ Fdr. übrig ließen. Hierzu wurden endlich die noch übrigen 5 Fdr. herabgesetzt.

§. 133.

Erfodert eine Aufgabe im Grunde mehrere Subtraktionen, so kann man diese entweder einzeln vornehmen, oder auch, wie bey ganzen Zahlen, vermittelst Addition der sämtlichen Subtrahenden die Arbeit etwas abkürzen.

Beyspiel:

Liederlich erbt von einem Oncle $104\frac{2}{3}$ fl; setzt davon $17\frac{1}{15}$ fl in die Lotterie; vom Rest werden ihm $23\frac{3}{4}$ fl ge-

stohlen, und vom übtigen versauft er, nachdem er $7\frac{1}{9}$ fl verspielt hat, $41\frac{3}{4}$ fl; wie viel hat er noch?

Antwort: 15 $\frac{131}{360}$ fl.

Erste Art.

fl

1.) 104 $\frac{2}{3}$ (5 $\frac{12}{1}$
17 $\frac{1}{15}$ (1 $\frac{1}{15}$

2.) 87 $\frac{9}{15}$ (8 $\frac{72}{1}$
23 $\frac{3}{8}$ (15 $\frac{45}{120}$

64 $\frac{27}{120}$

3.) 64 $\frac{27}{120}$ (3 $\frac{81}{1}$
7 $\frac{1}{9}$ (40 $\frac{40}{360}$

401

4.) 57 $\frac{41}{360}$ (1 $\frac{41}{1}$
41 $\frac{3}{4}$ (90 $\frac{270}{360}$

15 $\frac{131}{360}$ fl

Zweite Art.

I.

fl

360) 17 $\frac{1}{15}$ (24 $\frac{24}{1}$
23 $\frac{3}{8}$ (45 $\frac{135}{1}$
7 $\frac{1}{9}$ (40 $\frac{40}{1}$
41 $\frac{3}{4}$ (90 $\frac{270}{360}$
1 herüber.

89 fl 469

469 | 360
36 | 1 $\frac{109}{360}$ fl
$\frac{109}{360}$

2.

fl.

104 $\frac{2}{3}$ (120 $\frac{240}{}$

89 $\frac{109}{360}$ (1 $\frac{109}{360}$

15 $\frac{131}{360}$ fl

§. 134.

Verbindung der Addition mit der Subtraktion.

Beyspiel:

Ein Kaufmann beschreibt von einer Waare, von der er nur noch 26 $\frac{1}{2}$ ℔ vorräthig hat, 167 ℔. Er erhält dieselbe in 3 Kisten. An der 1ten fehlen $3\frac{1}{9}$ ℔, an der 2ten 6 ℔, 24 Lth und an der 3ten $2\frac{2}{5}$ ℔; wie groß ist nun sein Vorrath, wenn er unterdessen 10 $\frac{3}{10}$ ℔ verkauft hat?

Antwort: 170 $\frac{169}{180}$ ℔.

Erste Art.

1.

℔

167

26 $\frac{1}{2}$

3.) 193 $\frac{1}{2}$ (90 $\frac{270}{98}$

22 $\frac{101}{180}$ (1 $\frac{101}{180}$

170 $\frac{169}{180}$ ℔

2.

Addition der Subtrahenden.

lb

3 $\frac{1}{9}$ (20 $\frac{20}{180}$

6 $\frac{3}{4}$ (15 $\frac{135}{180}$

2 $\frac{2}{5}$ (36 $\frac{72}{180}$

10 $\frac{3}{10}$ (18 $\frac{54}{180}$

1 herüber.

---

22 lb. $\frac{281}{180}$

28 | 1 | 18 | 0

18

$\frac{101}{180}$ 1 $\frac{101}{180}$ lb.

Zweite Art.

lb.

1.) 167 beschrieben

26 $\frac{1}{2}$ vorräthig.

---

193 $\frac{1}{2}$ (5 $\frac{5}{-}$

2.) verkauft 10 $\frac{3}{10}$ (1 $\frac{3}{10}$

---

183 $\frac{2}{10}$

183 $\frac{2}{10}$ (9 $\frac{18}{-}$

3.) zu wenig erhalten 3 $\frac{1}{9}$ (10 $\frac{10}{90}$

$\frac{196}{16}$

18'0' $\frac{8}{90}$ (2 $\frac{16}{-}$

4.) zu wenig erhalten 6 $\frac{3}{4}$ (45 $\frac{135}{180}$

$\frac{241}{61}$

173' $\frac{61}{180}$ (1 $\frac{61}{-}$

5.) zu wenig erhalten 2 $\frac{2}{5}$ (36 $\frac{72}{180}$

---

170 $\frac{169}{180}$ lb.

§. 135.

Verbindung der Multiplication mit der Subtraktion.

Beyspiel:

Eines Kaufmanns sämmtliches Vermögen besteht in 362243 fl. Er verliehrt davon durch Schiffbruch $\frac{3}{7}$ und vom Rest durch Bankerot eines befreundeten Hauses $\frac{2}{9}$; wie viel hat er noch übrig?

Antwort: 160996 $\frac{8}{9}$ fl.

Hier kann man das anfängliche Vermögen mit $\frac{3}{7}$ multipliciren, und dadurch den Verlust durch Schiffbruch finden. Dieser erste Verlust vom Vermögen subtrahirt gibt den 1ten Rest, welcher mit $\frac{2}{9}$ multiplicirt werden muß, um den Verlust durch den Bankerot zu erhalten. Dieser 2te Verlust vom 1ten Rest abgezogen läßt den 2ten Rest, nach welchem gefragt wird.

Das Nämliche wird aber auch, und zwar auf einem etwas kürzern Weg so erhalten. Man subtrahire sowohl $\frac{3}{7}$ als $\frac{2}{9}$ von 1, multiplicire diese beyden Reste in einander und mit dem Produkt dieser das anfängliche Vermögen.

1te Art.

I.

$$\overset{51749}{362243}\ \text{fl} \times \tfrac{3}{7} = 155247\ \text{fl}$$

fl. 2.

362243 anfängliches Vermögen.
155247 Verl. durch Schiffbruch.

206996 erster Rest.

3.

$206996\ \text{fl} \times \frac{2}{9} = \frac{413992}{9}\ \text{fl} = 45999\frac{1}{9}.\ \text{fl}.$

4.

fl
206996. $\frac{9}{9}$ erster Rest.
45999 $\frac{1}{9}$ Verlust durch Bank.

160996 $\frac{8}{9}$ fl zweiter Rest.

Zweite Art.

1.

$1 = \frac{7}{7}$

$\frac{3}{7}$

$\frac{4}{7}$

2.

$1 = \frac{9}{9}$

$\frac{2}{9}$

$\frac{7}{9}$

3.

$\frac{4}{7} \times \frac{7}{9} = \frac{28}{63} = \frac{4}{9}.$

4.

$362243 \text{ fl} \times \frac{4}{9} = \frac{1448972}{9} \text{ fl} = 160996 \frac{8}{9} \text{ fl.}$

§. 136.

Verbindung der Addition und Multiplication mit der Subtraktion.

Beyspiel:

Vielhaber hat an ausstehenden Capitalien $3040\frac{1}{4}$ fl, $620\frac{2}{3}$ fl, $32800\frac{2}{5}$ fl, ferner ein Landgut, das er für 72000 fl verkaufen könnte, und 3 Häuser, von welchen das größ= 21004 $\frac{3}{10}$ fl, das mittlere $12006\frac{1}{9}$ fl, und das kleinste 705 fl kostet. Seine 6 Pferde schlägt er zu 2391 fl, seine Meubles zu 1895 $\frac{3}{8}$ fl, und seine übrigen Effekten zu 5022 fl an. Durch Brand verliehrt er $\frac{3}{7}$, durch Diebstahl $\frac{2}{35}$ und durch Bankerot zweier seiner Glaubiger $\frac{2}{21}$ seines ganzen Vermögens; wie viel bleibt ihm übrig?

Antwort: 63479 $\frac{178280}{178800}$ fl.

1.

	4	3	5	10	9	8
3)						
	4		5	10	3	8
2)						
	2		5	5	3	4
2)						
				5	3	2

G. N. $= 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 360.$

2.

3040 $\frac{1}{4}$ (90 20
620 $\frac{2}{3}$ (120 240
32800 $\frac{2}{5}$ (72 144
72000
360.) 21004 $\frac{3}{10}$ (36 108
12006 $\frac{1}{9}$ (40 40
705
1895 $\frac{3}{8}$ (45 $\frac{315}{360}$
5022
2 herüber.

151485 fl. $\frac{757}{360} = 2\ \frac{37}{360}$ fl.

3.

7) 7 35 21
5 3

G. N. = 7 × 5 × 3 = 105.

4.

$\frac{3}{7}$ (15 45
105.) $\frac{2}{35}$ (3 6
$\frac{2}{21}$ (5 $\frac{15}{105}$

$\frac{61}{105}$ Verlust.

5.

$$151485\tfrac{37}{360}\ \text{fl}$$

$$9089137$$
$$454455$$

$$\frac{54534637}{360}\ \text{fl} \times \tfrac{61}{105} =$$

$$= 33266128\tfrac{57}{378}\ \text{fl}$$

33266128	57	378	00
3024		88005 $\frac{238}{378}\frac{57}{00}$ fl.	
3026			
3024			
2128			
1890			
$\frac{238}{378}\frac{57}{00}$ fl.			

6.

fl.

151485 $\frac{37}{360}$ (105

88005 $\frac{23857}{37800}$ (1

63479

41685
3885

$\frac{23857}{37800}$

$\frac{17828}{37800}$ fl.

Oder — von N°. 5 an.

$$1 = \frac{105}{105}$$
$$\frac{61}{105}$$

$\frac{44}{105}$ bleiben ihm übrig.

$$\frac{54534637}{360}\ \text{fl} \times \tfrac{44}{105} =$$

$$= \frac{2399524028}{23995240 \mid 28 \mid 378100}\ \text{fl}$$

2268 | 63479 $\frac{17828}{37800}$ fl

1315

1134

1812

1512

3004

2646

3580

3402

$\frac{17828}{37800}$ fl.

§. 137.

Vermittelst der Vorbereitungsaufgabe im §. 126 können wir uns nun auch von der Wahrheit einiger in der Folge * wichtigen Sätze überzeugen.

Sie sind:

1.) Wird zum Zähler und Nenner eines eigentlichens Bruchs Gleiches addirt, so wird der Bruch größer.

---

*) Diese Sätze werden in der Lehre von den Verhältnissen und Proportionen ihre Anwendung finden.

2.) Wird vom Zähler und Nenner eines eigentlichen Bruchs Gleiches subtrahirt, so wird der Bruch kleiner.

3.) Wird hingegen zum Zähler und Nenner eines uneigentlichen Bruchs Gleiches addirt, so wird der Bruch kleiner.

4.) Wird endlich vom Zähler und Nenner eines uneigentlichen Bruchs Gleiches subtrahirt, so wird der Bruch größer.

Beyspiel zum 1ten Satz:

Der Bruch sey $\frac{3}{4}$. Man addire zum Zähler und Nenner desselben 1, so erhält man den Bruch $\frac{4}{5}$. Diese beyden Brüche bringe man zu gleicher Benennung,

$\frac{3}{4}$ (5 $\frac{15}{20}$
$\frac{4}{5}$ (4 $\frac{16}{20}$

so zeigt es sich, daß der Bruch $\frac{4}{5}$ um $\frac{1}{20}$ größer als der Bruch $\frac{3}{4}$ ist.

Beyspiel zum 2ten Satz:

Der Bruch sey $\frac{5}{7}$. Man subtrahire vom Zähler und Nenner desselben 2, so erhält man den Bruch 3/5. Diese beyden Brüche bringe man zu gleicher Bennung,

$\frac{5}{7}$ (5 $\frac{25}{35}$
$\frac{3}{5}$ (7 $\frac{21}{35}$

so zeigt es sich, daß der Bruch 3/5 um 4/35 kleiner als der Bruch 5/7 ist.

Beyspiel zum 3ten Satz

Der Bruch sey 3/2. Man addire zum Zähler und Nenner 3, so erhält man den Bruch 6/5. Bringt man beyde Brüche zu gleicher Benennung,

$\frac{3}{4}$ (5 $\frac{15}{10}$
$\frac{6}{5}$ (2 $\frac{12}{10}$

so erhellt, daß der Bruch 6/5 um 3/10 kleiner als der Bruch 3/2 ist.

Beyspiel zum 4ten Satz:

Der Bruch sey 5/3. Subtrahirt man von seinem Zähler und Nenner 3, so hat man den Bruch 2/1. Bringt man wiederum beyde zu gleicher Benennung,

$\frac{5}{3}$ (1 $\frac{3}{3}$
$\frac{2}{1}$ (3 $\frac{6}{3}$

so erscheint der letztere um 1/3 größer als der erstere.

Von der Division.

§. 138.

Wie in ganzen Zahlen der Quotient bey einem unbenannten Divisor benannt, und umgekehrt bey einem benannten Divisor unbenannt war; so ist es auch in gebrochenen Zahlen.

Sind Dividende und Divisor benannt, aber ungleichnamigt und ungleichartig, so kann nicht dividirt werden. Sind sie aber gleichartig, oder ist der Divisor unbenannt, so gibt es folgende Fälle.

Es kann seyn

A.) Die Dividende einsortig und der Divisor unbenannt.

B.) Die Dividende einsortig und der Divisor benannt, einsortig und gleichnamigt.

C.) Die Dividende einsortig und der Divisor benannt, einsortig und ungleichnamigt.

D.) Die Dividende einsortig und der Divisor mehrsortig.

E.) Die Dividende mehrsortig und der Divisor unbenannt.

F.) Die Dividende mehrsortig und der Divisor benannt und einsortig.

G.) Die Dividende mehrsortig und der Divisor benannt und mehrsortig.

Lit: C, D, F und G werden, der Vollständigkeit das dabey möglichen Verfahrens wegen, erst weiter hinten, §. 154, abgehandelt werden. Vor der Hand beschäftigen wir uns also blos mit Lit. A, B und E. Bey A und B kommen folgende 3 Hauptfälle vor:

1ter Hauptfall. Die Dividende gebrochen und der Divisor eine ganze Zahl.

a.) Die Dividende ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch.

b.) Die Dividende eine vermischte Zahl.

2ter Hauptfall. Die Dividende eine ganze Zahl und der Divisor gebrochen.

a.) Der Divisor ein eigentlicher oder uneigentlich Bruch.

b.) Der Divisor eine vermischte Zahl.

3ter Hauptfall. Die Dividende und der Divisor gebrochen.

a.) Beyde eigentliche oder uneigentliche Brüche.

b.) Die Dividende eine vermischte Zahl.

c.) Der Divisor eine vermischte Zahl.

d.) Beyde vermischte Zahlen.

Wie bey den 3 vorigen Rechnungsarten, so wollen wir auch hier zuerst jeden dieser verschiedenen Fälle einzeln behandeln, und sodann zum Schluß einige, mehrere Fälle in sich fassende Exempel von einer mehrsortigen Dividende und einem unbenannten Divisor, mithin den Fall Lit. E. nachfolgen lassen.

§. 139.

Die gedoppelte Regel für den 1ten Hauptfall heißt:

1.) Nachdem, wenn die Dividende ein vermischte Zahl seyn sollte, dieselbe zuvor in einen uneigentlichen Bruch verwandelt worden, so dividire mit dem Divisor in den Zähler, und lasse den Nenner unverändert;

oder

2.) multiplicire, wenn diese Division nicht aufgehen sollte, mit dem Divisor den Nenner, und lasse den Zähler unverändert.

Sollte z. B. der Bruch $\frac{6}{11}$ durch die ganze Zahl 3 dividirt werden, so stände dieß Exempel so:

$$\frac{^{2}6}{11} : 3 = \frac{2}{11}.$$

Wäre hingegen der der Bruch $\frac{5}{11}$ durch die ganze Zahl 3 zu dividiren, so würde man, weil 3 in 5 nicht aufgeht, den Nenner, 11, mit 3 multipliciren, und dadurch

$\frac{5}{11} : 3 = \frac{5}{33}$ erhalten.

Die Sätze, auf welche sich diese Regeln gründen, sind schon im §. 129, bey der Multiplication angegeben worden.

Nicht selten gestattet die Beschaffenheit der ganzen Zahl, wie oben bey der Multiplication, so auch hier, eine vortheilhafte Verbindung beyder Regeln. Geht nämlich nicht die ganze Zahl im Zähler, sondern dieser in jener auf, so multiplicirt man mit dem Quotienten, den Nenner der Dividende und erhält dadurch im Produkt den Renner des Quotienten, dessen Zähler 1 ist. Z. B.

$$\frac{3}{4} : 9_3 = \frac{1}{12}.$$

Der Zähler der Dividende und die ganze Zahl lassen sich auch durch einen gemeinschaftlichen Divisor verkleinern. Z. B.

$$\frac{^{2}4}{7} : 18_9 = \frac{2}{63}.$$

Des Grundes hiervon wird sich noch jeder aus §. 128 erinnern.

Beyspiele:

1.)

1.) 8 ℔ Zucker kosten 4 $\frac{4}{9}$ fl, wie viel 1 ℔?

Antwort 33 $\frac{1}{3}$ kr.

4 $\frac{4}{9}$ fl

$\frac{540}{9}$ fl : 8 = $\frac{1}{9}$ fl = $\frac{300}{9}$ kr. = 33 $\frac{1}{3}$ kr.

2.) 6 Mß Wein kosten 2 $\frac{5}{7}$ fl, was 1 Mß?

Antwort: 27 $\frac{1}{7}$ kr.

2 $\frac{5}{7}$ fl

$\frac{19}{7}$ fl : 6 = $\frac{19}{42}$ fl =

= $\frac{1140}{42}$ kr.

1140 | 42
84 | 27 $\frac{1}{7}$ kr.
300
294
$\frac{6}{42}$ = $\frac{1}{7}$ kr.

3.) 12 Mßle kosten $\frac{4}{5}$ fl, was 1 Mßle?

Antwort: 4 kr.

$\frac{4}{5}$ fl : 12,3 = $\frac{1}{15}$ fl = 4 kr.

4.) 9 Loth kosten $\frac{6}{13}$ Rthlr. (Oberf.) wie viel 1 Loth?

Antwort: 1 g. gr. und 2 $\frac{10}{13}$ ₰.

$\frac{26}{13}$ Rthlr.: 9, = $\frac{2}{39}$ Rthlr. = $\frac{48}{39}$ g.gr.

= 1 g.gr. 2 $\frac{10}{13}$ ₰.

5.) Ihrer 5 kaufen ein Faß (D. E.) welches 4 $\frac{3}{8}$ Fdr. hält, wie viel erhält Einer?

Antwort: 8 Ohm, 9 Vrtl.

$\frac{4\frac{3}{8}\text{ Fdr.}}{5}$

$\frac{735}{8}$ Fdr.: 5 = $\frac{7}{8}$ Fdr. = $\frac{70}{8}$ Ohm = 8

Ohm und 9 Vrtl.

Würde man im 2ten Beyspiel, $\frac{19}{7}$ fl: 6, obgleich 6 in 19 nicht aufgeht, dennoch die 1te Divisionsregel anwenden; so erhielte man zum Quotienten

$\frac{3\frac{1}{6}}{7}$ fl oder $\frac{\frac{19}{6}}{7}$ fl

nämlich einen sogenannten einfach unreinen Bruch, bey welchem die vermischte Zahl, $3\frac{1}{6}$, oder der Bruch $\frac{19}{6}$ der Zähler und die ganze Zahl, 7, der Nenner ist. Daß der Zähler auch eigentlicher Bruch seyn kann, bedarf kaum einer Erinnerung. So ist $\frac{4}{5} : 11 = \frac{\frac{4}{11}}{5}$.

Ein einfach unreiner Bruch, bey welchem der Nenner gebrochen und der Zähler eine ganze Zahl ist, entsteht durch Anwendung der zweiten Multiplicationsregel im §. 128, wenn die ganze Zahl im Nenner des Bruchs nicht aufgeht. Z. B.

$$\frac{4}{7} \times 3 = \frac{4}{\frac{7}{3}} = \frac{4}{2\frac{1}{3}}.$$

Eben so ist $\frac{2}{5} \times 7 = \frac{2}{\frac{5}{7}}$.

Bey solchen Brüchen ist vor allen Dingen zu merken, daß der Strich welcher den gebrochenen Zähler vom ganzen Nenner oder den gebrochenen Nenner vom ganzen Zähler unterscheiden soll, der Hauptbruchstrich länger und stärker gemacht werden muß, als der andere, indem sonst sehr beträchtliche Fehler unvermeidlich sind.

Hat man nun solche Brüche in der Rechnung, so müssen sie, wenn man mit ihnen bequem weiter rechnen will, in reine Brüche verwandelt werden. Wie dieß bewerkstelligt werden kann, lehrt uns ihre Entstehung, die wir so eben betrachtet haben. Ist der Zähler gebrochen, so wird derselbe, wenn er eine vermischte Zahl ist, in einen uneigentlichen Bruch verwandelt, und sodann mit dem Nenner des Zählers der Nenner des Bruchs multiplicirt; d. h. man wendet, statt der 1ten Divisionsregel, durch deren Anwendung der unreine Bruch entstanden ist, oder doch als entstanden gedacht werden kann, die zweite Divisionsregel an, wodurch derselbe vermieden wird.

Demnach ist

$$\frac{3\frac{1}{6}}{7} = \frac{\frac{19}{6}}{7} = 19/7 : 6 = \frac{19}{42} \text{ und}$$

$$\frac{\frac{4}{11}}{5} = \frac{4}{5 \times 11} = \frac{4}{55}$$

Ist hingegen der Nenner gebrochen, so wird auch er, im Fall er eine vermischte Zahl seyn sollte, zuvörderst in einen uneigentlichen Bruch verwandelt, und sodann mit dem Nenner desselben der Zähler des Bruchs multiplicirt, d. h. man wendet, statt der 2ten Multiplicationsregel, durch deren Anwendung der unreine Bruch entstanden ist, oder wenigstens als entstanden gedacht werden kann, die erste Multiplicationsregel an, wodurch derselbe vermieden wird, demnach ist

$$\frac{4}{2\frac{1}{3}} = \frac{4}{\frac{7}{3}} = \frac{4 \times 3}{7} = \frac{12}{7}.$$

und $\frac{2}{\frac{5}{7}} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$.

Die Richtigkeit dieser Verwandlungsart kann auch vermittelst des Satzes, §. 119, N°. 5 und des so wichtigen Satzes im §. 128 erwiesen werden. Man multiplicire den Zähler $\frac{19}{6}$ und den Nenner 7 des Bruchs $\frac{\frac{19}{6}}{7}$ beyde mit 6, so hat man, weil $\frac{19}{6} \times 6 = 19$, den Bruch $\frac{19}{42}$. Auf gleiche Weise erhält man, wenn der Zähler 2 und der Nenner $\frac{5}{7}$ des Bruchs $\frac{2}{\frac{5}{7}}$ beyde mit 7 multiplicirt werden, den Bruch $\frac{15}{5}$, indem ja $\frac{5}{7} \times 7 = 5$.

§. 140.

Wir gehen nunmehr zum zweiten Hauptfall über, wenn die Dividende eine ganze, der Divisor hingegen ei-

ne gebrochene Zahl ist. Ist er eine vermischte Zahl, so verwandelt man ihn in einen uneigentlichen Bruch, und verfahrt sodann nach folgender Regel, die sich auf eine gedoppelte Art ausdrucken läßt.

1.) Schreibe der ganzen Dividende den gebrochenen Divisor als Renner unter, und verwandle den dadurch entstehenden unreinen Bruch in einen reinen;

oder

2.) Kehre den gebrochenen Divisor um, und multiplicire damit die ganze Dividende.

Sollte z. B. die ganze Zahl 7 durch den Bruch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, so steht dieß Exempel, nach N°. 1, so:

$$\frac{7}{\frac{3}{4}} = 2\frac{8}{3},$$

und nach N°. 2 so:

$$7 : \frac{3}{4} = 7 \times \frac{4}{3} = 2\frac{8}{3},$$

woraus sehr deutlich erhellt, daß N°. 1 und 2 nur verschiedene Ausdrucke der nämlichen Regel sind. Wir wollen die Sache noch etwas genauer betrachten. Soll die ganze Zahl 7 durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, so wird man offenbar einen zu kleinen Quotienten erhalten, wenn man sie mit dem Zähler 3 dividirt, oder, was das nämliche ist, ihr 3 als Renner unterschreibt, indem sie ja nicht durch 3 Ganze, sondern durch den 4ten Theil von 3 Ganzen dividirt werden soll. Der Quotient $\frac{7}{3}$ ist mithin 4 mal

so klein als der verlangte, und muß folglich noch mit 4, d. h. mit dem Nenner des Divisors multiplicirt werden, welches geschieht, wenn man den Zähler 7 damit multiplicirt.

Daher die Regel: Kehre den Divisor um, und multiplicire. Nach vorgenommener Umkehrung des Divisors bringt man vor der würklichen Multiplication, wenn es sich thun läßt, den im §. 128 erwähnten Vortheil an.

Beyspiele:

1.) Für $2\frac{1}{3}$ fl bekommt man 2 ℔, wie viel für 1 fl?

Antwort: $27\frac{3}{7}$ Lth:

Da die unbekannte ℔, nach welchen gefragt wird eben so oft in 2 ℔ enthalten seyn müssen, als 1 fl in $2\frac{1}{3}$ fl steckt, nämlich $2\frac{1}{3}$ mal, so muß hier mit der unbenannten Zahl $2\frac{1}{3}$ in 2 ℔ dividirt werden. *)

*) Bey solchen und ähnlichen Aufgaben kann, wie mich dünkt, nicht genug darauf hin gearbeitet werden, daß die Schüler recht deutlich einsehehen lernen, warum diese oder jene Zahl Dividende und die andere Divisor ist, indem dieß hier nicht, wie bey den Aufgaben des vorigen §., sogleich in die Augen springt. Hat man ihnen diese Einsicht verschaft, so wird ihnen in der Folge das Ansetzen in der Regel de Tri um so viel leichter seyn.

2 ℔ : $2\frac{1}{3}$ = 2 ℔ : $\frac{7}{3}$ = 2 ℔ × $\frac{3}{7}$ = $\frac{6}{7}$ ℔ = 27 $\frac{3}{7}$ Lth.

2.) Für 6 Mß. muß man 1 $\frac{8}{10}$ Thlr. zahlen, wie viel Mß. erhält man für 1 Thlr?

Antwort: 3 $\frac{1}{3}$ Mß.

6 Mß : $\frac{18}{10}$ = 6 Mß. × 10/18 = $\frac{10}{3}$ Mß. = 3 $\frac{1}{3}$ Mß.

3.) Wie viel Kronenthlr. braucht man, um 3456 fl damit zu zahlen?

Antwort: 1280 Kthlr.

Da, nach §. 124, $\frac{27}{10}$ fl = 1 Kthlr., so muß in die gegebene Zahl der Gulden mit $\frac{27}{10}$ fl dividirt werden. Die bey dieser Division als Quotient erscheinende unbenannte Zahl gleicht der Anzahl der Kronenthaler, nach welcher gefragt wird.

3456 fl : $\frac{27}{10}$ fl = 3456 × $\frac{10}{27}$ =

$\frac{34560}{}$ Kthlr.

34560	27
27	1280 Kthlr.
75	
54	
216	
216	

4.) Schuldenmacher soll 75 fl in Kronenthlr. bezahlen, wie viel muß er haben?

Antwort: 27 Kthlr. und 2 fl — 6 kr.

$75\ \text{fl} : \frac{27}{10}\ \text{fl} = 75 \times \frac{10}{27} =$

$\frac{750}{}$ Kthlr.

750	27
54	27 Kthlr.
210	
189	
21	

multipl. mit 6 kr, weil $\frac{1}{27}$ Kthlr = 6 kr. *)

126 kr. = 2 fl — 6 kr.

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der fl mit 10, und dividire ins Produkt mit 27, so hast du die Kronenthlr, den Rest multiplicire mit 6, so hast du die kr, die noch dazu gehören.

5.) Wie viel Laubthlr. werden zu 332 fl erfordert?

Antwort: 120 Lbthlr. und 2 fl.

Da 1 Lbthlr. (§. 124) = $\frac{11}{4}$ fl, so dividirt man die gegebene Guldenzahl mit $\frac{11}{4}$ fl.

---

*) 1 Kronenthlr. ist = 27/10 fl, folglich 1/27 Kronenthlr.
= 27/10 × 1/27 fl, und

$$\frac{27}{10} \times \frac{1}{27}\ \text{fl} = \frac{1}{10}\ \text{fl} = 6\ \text{kr.}$$

332 fl : $11/4 = 3^{32} \times 4/11 =$

$$\frac{1328}{11} \text{ Lbthlr.}$$

1328	11
22	120 Lbthlr.
8	

multipl. mit $\frac{15 \text{ kr}}{120 \text{ kr.}} = 2 \text{ fl.}$, weil $1/11$ Lbthlr. $= 15$ kr.

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der Gulden mit 4, und dividire ins Produkt mit 11. Der Quotient gibt die Zahl der Lbthlr. und der mit 15 multiplicirte Rest die kr. an, die noch dazu gehören.

6.) Wie viel Conventionsthlr. werden erfodert, um 6200 fl zu zahlen?

Antwort: 2583 Cthlr. und 48 kr.

Da 1 Cthlr. (§. 124) $= 12/5$ fl, so dividire die Zahl der Gulden mit $12/5$ fl.

$$6200 \text{ fl} : {}^{12}/_{5} \text{ fl} = 6200 \times {}^{5}/_{12} =$$

$$= \frac{1000}{12} \text{ Cthlr.}$$

31000	12
70	2583 Cthlr.
100	
40	
4	

multipl. mit $\frac{12 \text{ kr}}{48 \text{ kr.}}$, weil $1/12$ Cthlr. $= 1/5$ fl.

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der fl mit 5, und dividire ins Produkt mit 12. Im Quotienten hast du die Cthlr. und im Rest mit 12 multiplicirt die kr.

7.) Nach Beyspiel 9 im §. 128 kostet das Fdr. (D. E.) 1 fl, wenn die Mß. 1/12 kr. kostet; wie viel wird das Fdr. kosten, wenn man für die Mß. 6 kr. bezahlen muß?

Antwort 72 fl.

$$6 \text{ kr} : 1/12 = 6 \times 12/1 = 72/1 = 72.$$

Eben so viel fl muß das Fdr. kosten, indem 1 fl in der zu findenden Zahl eben so oft enthalten seyn muß, als 1/12 kr. in 6 kr.

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der kr, welche die Durl. Mß. kostet, mit 12, so hast du im Produckt die Zahl der Gulden welche das Fdr. kostet.

8.) Da das Malter glatte Frucht, Durl. Meß. (nach dem 11ten Beyspiel des §. 128) 1 fl kostet, wenn man fürs Mßle 15/32 kr. bezahlen muß; wie viel wird das Mltr. kosten, wenn das Mßle 5 kr. gilt?

Antwort: 10 2/3 fl oder 10 fl 40 kr.

$$5 \text{ kr.} : \tfrac{15}{32} \text{ kr.} = 5 \times 32/15_3 = 32/3 = 10\tfrac{2}{3} \text{ fl.}$$

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der kr., welche das Durl. Mßle kostet, mit 32, und dividire ins Produkt mit 15, so zeigt der Quotient die Gulden des Mltrs. an.

9.) Kostet das ℔ $\frac{3}{5}$ kr, so gilt, nach dem 13ten Beyspiel des §. 128, der Centner 1 fl; wie viel wird er gelten, wenn das ℔ 28 kr. kostet?

Antwort: 46 $\frac{2}{3}$ fl.

$$28 \text{ kr.} : \tfrac{3}{5} \text{ kr.} = 28 \times \tfrac{5}{3} = \tfrac{140}{3} = 46\ \tfrac{2}{3}.$$

Daher die Regel:

Multiplicire die Zahl der kr, welche das ℔ kostet, mit 5, und dividire ins Produkt mit 3. Der Quotient zeigt die Zahl der fl an, welche für den Entr. bezahlt werden müssen.

§. 141.

Wir haben noch dritten Fall übrig, wenn sowohl der Divisor als die Dividende gebrochene Zahlen sind. Ist dieser oder jener, oder sind beyde vermischte Zahlen, so werden dieselben in uneigentliche Brüche verwandelt, und sodann jeder der oben (§. 138.) angegebenen 4 Unterfälle nach folgender Regel behandelt:

Multiplicire die Dividende mit dem umgekehrten Divisor. Es sey z. B. der Bruch 6/7 mit dem Bruch 2/3 zu dividiren, d. h. man soll eine Zahl finden, welche

anzeigt, wie oft der Bruch 2/3 im Bruch 6/7 enthalten ist, oder eine Zahl, welche mit 2/3 multiplicirt 6/7 zum Produkt gibt. Nach der gegebenen Regel stände dieß Exempel so:

$$6/7 : 2/3 = 6/7 \times 3/2 = \frac{18}{14} = 1\ 2/7.$$

Multiplicirt man diesen Quotienten mit dem Divisor, so kommt die Dividende wieder zum Vorschein.

$$^3\!9/7 \times 2/3 = 6/7.$$

Diese Erfahrung von der Richtigkeit unsrer Regel soll uns jedoch nicht genügen, sondern wir wollen nunmehr dem Grund derselben noch näher nachspühren. Die Dividende 6/7, die durch 2/3 dividirt werden soll, wird, nach der 2ten Regel des §. 138, durch 2 dividirt, wenn man ihren Nenner 7 damit multiplicirt. Hierdurch erhält man $\frac{6}{7 \times 2} = \frac{6}{14}$.

Da aber nicht mit 2, sondern mit 2/3, d. i. mit dem 3ten Theil von 2, dividirt werden soll, so ist der Quotient 6/14 dreimal so klein, als der, welchen man verlangt. Er muß folglich noch mit 3 multiplicirt werden, welches (nach der 1ten Regel des §. 128) geschieht, wenn sein Zähler 6 damit mutiplicirt wird. So bekommt man $\frac{6 \times 3}{14} = \frac{18}{14}$. Daher die Regel, nach umgekehrtem Divisor, oder, was einerley ist, übers Kreuz zu multipliciren.

Daß hierdurch ein Quotient $\frac{18}{14}$ entsteht, der größer als die Dividende 6/7 ist, wird den gewiß nicht befremden, der im §. 129. eingesehen hat, das bey eigentlichen Brüchen das Produkt kleiner seyn muß als die Multiplicande, und sich errinnert, daß eine jede Dividende als ein Produkt aus ihrem Divisor in ihren Quotienten anzusehen ist. So fiel auch im vorigen §. bey jeder Division einer ganzen Zahl durch einen eigentlichen Bruch der Quotient größer, hingegen kleiner als die Dividende aus, wann der Divisor ein uneigentlicher Bruch war.

Daß man, wenn der Divisor umgekehrt ist, die im §. 129 angegebenen Vortheile, wo es sich thun läßt, vor der wirklichen Multiplication anbringen kann, versteht sich von selbst. So ist.

$$3/4 : \tfrac{12}{18} = 3/4 \times \overset{7}{28}/12_4 = 7/4 = 1\ 3/4.$$

Beyspiele zum 3ten Hauptfall:

1. 3/4 ℔ Caffe kosten 5/8 fl, was 1 ℔?

Antwort: 50 kr.

$$5/8 \text{ fl} : 3/4 = 5/8_2 \text{ fl} \times 4/3 = 5/6 \text{ fl} = 50 \text{ kr},$$

weil 1/6 fl (§. 124) = 10 kr. ist.

2.) $3\ \frac{3}{4}$ Mß. Wein kosten $40\ \frac{2}{5}$ kr, wie viel 1 Mß?

Antwort: $10\ \frac{58}{75}$ kr.

$40\frac{2}{5}$ kr: $3\frac{3}{4} = \frac{202}{5} \times \frac{4}{15} =$

$\frac{808}{75}$ kr.

808 | 75
58 | 10 $\frac{58}{75}$ kr.
75

3.) Wenn man für 4/5 fl $5\frac{1}{4}$ Mßle (D. M.) Frucht erhieltie, wie viel würde man für 1 fl erhalten?

Antwort: $6\frac{9}{16}$ Mßle.

Die unbekannten Meßle müßen eben so oft in $5\frac{1}{4}$ Mßle enthalten seyn, als 1 fl im 4/5 fl steckt, d. h. 4/5 mal. Wird daher mit dem unbenannten Bruch 4/5 als mit dem einen Faktor ins Produkt $5\frac{1}{4}$ Mßle dividirt, so kommt der andere Faktor, die noch unbekannte Zahl der Mßle zum Vorschein.

$5\frac{1}{4}$ Mßle: 4/5 = 21/4 Mßle × 5/4 = $\frac{105}{16}$ =
$6\frac{9}{16}$ Mßle.

4.) Schuldenmacher soll 75 fl 36 kr. in Kronenthlr. bezahlen, wie viel muß er haben?

Antwort: 28 Krthlr.

$\frac{75\frac{3}{5}\text{ fl}}{\frac{378}{5}\text{ fl}}$: $\frac{27}{10} = \frac{378}{5} \times \frac{10}{27} = \frac{756}{27}$ Krthlr.

756 | 27
54 | 28 Krthlr.
216
216

5.) Peter möchte gerne seiner Tochter ihre Geldaus=steuer, welche in 1646 2/5 fl bestehen soll, in neuen Convthlr. geben, wie viel Stück muß er haben?

Antwort: 686 Cthlr.

$$\frac{1646\ \frac{2}{5}\ \text{fl}}{\frac{8232}{5}\ \text{fl}} : \frac{12}{5}\ \text{fl} = \frac{686}{\frac{8232}{5}} \times \frac{5}{12} = 686\ \text{Cthlr.}$$

Schreibt man der gebrochene Dividende, statt wirklich nach obigen Regeln zu dividiren, den gebrochenen Divisor nur als Nenner unter; so erhaltet man einen sogenannten doppelt unreinen Bruch, bey welchem sowohl der Zähler als der Nenner selbst wieder gebrochene Zahlen sind.

So ist z. B. $3/4 : 5/6 = \frac{3/4}{5/6}$

$$2\ \tfrac{1}{3} : 6\ \tfrac{1}{8} = \frac{2\ \frac{1}{3}}{6\ \frac{1}{8}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{49}{8}}$$

Solche Brüche müssen, wenn sie vorkommen, wie die einfach unreinen, in reine verwandelt werden. Dieß geschieht, wenn man, nachdem die vermischten Zahlen in uneigentliche Brüche verwandelt worden, wirklich dividirt, d. h. den Nenner des Bruchs umkehrt und seinen Zähler damit multiplicirt, oder, was das nämliche ist, den Zähler des Zählers mit dem Nenner des Nenners, und den Nenner des Zählers mit dem Zähler des Nenners multiplicirt.

Das erste Produkt gibt den Zähler, das andere den Nenner des reinen Bruchs. Auf diese Art sind obige Brüche.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}} = \frac{3 \times 6}{4 \times 5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} \text{ und}$$

$$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{49}{8}} = \frac{7 \times 8}{3 \times 49} = \frac{56}{147}.$$

Wer das bisherige wohl verstanden und hinlänglich geübt hat, der wird nun auch jede Divisionsaufgabe in mehrsortigen gebrochenen Zahlen (wenn nur die Dividende mehrsortig der Divisor hingegen eine unbenannte Zahl ist, (also den Fall Lit. E.) mit Leichtigkeit auflösen.

Beyspiele:

1.) Ein Bauherr will nach vollendetem Bau unter 82 Arbeitsleute ein 4/25 Fdr. haltendes Faß und den Rest eines andern, der in 1 2/3 Ohm, 5 1/3 Mß. (D. E.) besteht, ausschenken lassen: wie viel erhält jeder?

Antwort: $2\frac{574}{615}$ Mß, oder beynahe 3 Mß, indem hierzu nur $\frac{41}{615}$ Mß. fehlen.

Hier kann man entweder in den Fdr. = Ohm = und Mßbruch besonders dividiren, aus denen dadurch im Quotienten entstehenden Brüchen den Werth in Mßen finden, und endlich addiren; oder man sucht zuerst den Werth

des

des gegebenen Fdr.=und Ohmbruchs in Mßen, und verwandelt so durch Addition die ganze Dividende in einen uneigentlichen Mßbruch, in welchen mit dem Divisor 82, nach §. 139, dividirt wird.

Erste Art.

1.

$\frac{24}{25}$ Fdr.: $82^{41} = \frac{2}{1025}$ Fdr.

2.

$1\frac{2}{3}$ Ohm

$\frac{5}{3}$ Ohm: $82 = \frac{5}{246}$ Ohm.

$5\frac{1}{3}$ Mß. 3.

$\frac{16}{3}$ Mß.: $82^{41} = \frac{8}{123}$ Mß.

4.

(§. 125) $\frac{2}{1025}$ Fdr. $= \frac{720 \times 2}{1025}$ Mß $= \frac{1440}{1025}$ Mß. $=$

$1\frac{415}{1025}$ Mß. $= 1\frac{83}{205}$ Mß.

5.

(§. 125.) $\frac{5}{246}$ Ohm $= \frac{72 \times 5}{246}$ Mß. $= \frac{360}{246}$ Mß. $=$

$1\frac{114}{246}$ Mß. $= 1\frac{57}{123}$ Mß.

6.

$$41)\frac{205 \cdot 123 \cdot 123}{5 \qquad 3}$$

G. N. = 41. 5 . 3 = 615.

7.

Mß.

	1 $\frac{83}{205}$	(3	$\frac{249}{}$
615.)	1 $\frac{75}{123}$	(5	$\frac{285}{}$
	$\frac{8}{123}$	(5	$\frac{40}{615}$
	2		$\frac{574}{615}$ Mß.

Zweite Art.

1.

(§. 125.) $\frac{4}{25}$ Fdr. = $\frac{4 \times 720}{25}$ Mß. = $288\frac{0}{25}$ Mß.

1.

(§. 125.) $\frac{5}{3}$ Ohm = $\frac{5 \cdot 72}{3}$ Mß. = $\frac{360}{3}$ Mß.

3.

Mß.

	$\frac{2880}{25}$	(3	$\frac{8640}{}$
75.)	$\frac{360}{3}$	(25	$\frac{9000}{}$
	$\frac{16}{3}$	(25	$\frac{400}{75}$
			$18040\frac{0}{75}$ Mß.

4.

$\frac{\overset{9020}{18040}}{75}$ Mß. : $\overset{41}{82}$ = $\frac{9020}{3075}$ Mß. = 2 $\frac{2870}{3075}$ Mß. =

2 $\frac{574}{615}$ Mß.

2.) 15 $\frac{3}{4}$ ℔ Zucker kosten 6 $\frac{6}{7}$ Thlr. und 8 $\frac{21}{32}$ g. gr.; wie viel kostet 1 ℔? *)

Antwort: 10 $\frac{3523}{35328}$ g. gr. oder beynahe 11 g.gr.

Erste Art.

1.

6 $\frac{6}{7}$ Thlr. : 15 $\frac{3}{4}$

$\frac{48}{7}$ Thlr. : $\frac{63}{4}$ = $\frac{\overset{16}{\cancel{48}}}{7}$ Thlr. × $\frac{4}{\cancel{63}_{21}}$ =

$\frac{64}{147}$ Thlr.

*) Bey dieser und ähnlichen Aufgaben könnte dem Schüler leicht der Zweifel aufstoßen, ob sie nicht der zu Anfange des §. 138 gemachten Bemerkung widersprechen, nach welcher bey ungleichartigen Dividenden und Divisoren keine Division möglich ist. Man lasse ihn daher deutlich genug einsehen, daß zwar in der Aufgabe die Zahl 15 3/4 eine benannte, hingegen in der Auflösung eine unbenannte Zahl ist. Denn warum dividirt man mit dieser Zahl in die angegebenen Thlr. und gr.? Offenbar deßwegen, weil die unbekannten Thlr. und Gr., nach welchen gefragt wird, eben so oft in den gegebenen enthalten seyn müssen, als 1 ℔ in 15 3/4 ℔ steckt, d. h. 15 3/4 mal.

2.

$8\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ gr. : $15\frac{3}{4}$

$^{277}/_{32}$ gr. : $\frac{63}{4} = \frac{277}{32}$ gr. $\times \frac{4}{63} = \frac{277}{504}$ gr.

3.

(§. 125.) $1\frac{64}{147}$ Thlr. $= \frac{64 \times 24}{147}$ g. gr. $= 1\frac{536}{147}$ g. gr.

4.

g. gr.

$1\frac{536}{147}$ (24 $\frac{36864}{3528}$

$\frac{277}{504}$ (7 $\frac{19392}{3528}$

38803

38803 | 3528 g. gr.

3528 | 10 $\frac{3523}{3528}$ g. gr.

$\frac{3523}{3528}$ g. gr.

Zweite Art.

1.

(§. 135.) $4\frac{8}{7}$ Thlr. $= \frac{48 \cdot 24}{7}$ g. gr. $= \frac{1152}{7}$ g. gr.

2.

$\frac{1152}{7}$ (32 $\frac{36864}{1939}$

$\frac{277}{32}$ (7 $\frac{1939}{224}$

$\frac{38803}{224}$ g. gr.

3.

$$3\frac{8803}{224}\ \text{g. gr.} : \frac{63}{4} = \frac{38803}{224}\ \text{g gr.} \times \frac{4}{63} =$$

$$3\frac{8803}{3528}\ \text{g. gr.}$$

§. 142.

Erfordert eine Aufgabe, daß der Quotient einer Division abermals durch einen andern Divisor dividirt werden soll; so kehre man alle Divisoren um, nachdem die etwaigen Ganzen unter ihnen durch Unterschreibung der Ziffer 1 in Bruchform ausgedruckt worden sind, und multiplicire nach §. 130. So ist

$$[(3/4 : 5/6) : 2/3] : 5 = 3/4_2 \times {}^3\!6/5 \times 3/2 \times 1/5$$
$$= 1\frac{27}{100}.$$

Beyspiel:

3 1/2 ℔ kosten 7 7/9 fl, was kostet 1 Lth.?

Antwort: 4 1/6 kr.

$$(7\ 7/9\ \text{fl} : 3\ 1/2) : 32 = \frac{\overset{5}{\cancel{70}}}{9} \times \frac{1}{\underset{16}{\cancel{32}}} =$$

$$\frac{5}{72}\ \text{fl} = \frac{300}{72}\ \text{kr.} = 4\ 1/6\ \text{kr.}$$

Im §. 144 werden noch mehrere hieher passende Beyspiele vorkommen.

§. 143.

Verbindung der Addition mit der Division.

Beyspiel:

Es kauft einer 7 3/4 Mß. Wein um 4 1/2 fl, und, um ihn zu verbessern, 3 1/8 Mß. um 6 3/4 fl; wie hoch kommt ihn die Mß. vom Gemisch?

Antwort 1 fl, 2 2/29 kr.

1.

Mß.			
$7\frac{3}{4}$	(2		$\frac{6}{1}$
$3\frac{1}{8}$	(1		$\frac{1}{8}$
10			$\frac{7}{8}$ Mß.

2.

fl			
$4\frac{1}{2}$	(2		$\frac{2}{4}$
$6\frac{3}{4}$	(1		$\frac{3}{4}$
11			$\frac{1}{4}$ fl

3.

$$11\ 1/4\ \text{fl} : 10\ 7/8$$

$$45/4\ \text{fl} : 87/8 = \frac{45}{4}\ \text{fl} \times \frac{8}{87} = \frac{30}{29}\ \text{fl} =$$

$$1\ \tfrac{1}{29}\ \text{fl} = 1\ \text{fl},\ \tfrac{60}{29}\ \text{kr.} = 1\ \text{fl},\ 2\ \tfrac{2}{29}\ \text{kr.}$$

§. 144.

Verbindung der Multiplication mit der Division.

Auch hier kürzt man ab, oder verfährt wenigstens, ohne sich auf die verschiedenen Fälle der Multiplication und Division und auf ihre Regeln besinnen zu müssen, am sichersten, wenn man die etwaigen ganzen Zahlen auf die gewöhnliche Art in Bruchform ausdruckt, den Bruch, der Divisor ist, sogleich umkehrt, und sodann, nach möglichst angebrachten Vortheilen, alle Brüche in einander multiplicirt.

Beyspiele:

1.) 6 Mltr. Weizen kosten 44 fl, wie viel $\frac{2}{3}$ Mltr.?

Antwort: 4 8/9 fl.

Eben so oft als 6 Mltr. in 2/3 Mltr. stecken, eben so oft müssen 44 fl in den unbekannten fl enthalten seyn. Dividirt man also mit 6 Mltr. in 2/3 Mltr, und multiplicirt mit dem unbenannten Quotienten die 44 fl, so hat man das verlangte. Aus dem schon im 1ten Curs, §. 77 und 110, mehrmals angeführten Grunde könnte man auch mit 6 in 44 dividiren, und den Quotienten (den Preiß von 1 Mltr.) mit 2/3 multipliciren, oder auch 44 mit 2/3 multipliciren, und ins Produkt mit 6 dividiren. In allen Fällen ist 6 Divisor, mithin 6/1 der umzukehrende Bruch. Daher

$$\frac{44}{1}\text{ fl} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6_3} = \frac{44}{9}\text{ fl} = 4\ \frac{8}{9}.\ \text{fl}.$$

Man hätte aber auch so schließen können: So oft 2/3 Mltr. in 6 Mltr enthalten sind, eben so oft müssen auch die unbekannten fl in 44 fl enthalten seyn; folglich muß mit dem Quotienten der erscheint, wenn 6 durch 2/3 dividirt wird, noch in 44 dividirt werden. Dergestalt wird die Aufgabe durch 2 Divisionen aufgelößt, und steht so:

$$44 \text{ fl} : (6 : \tfrac{2}{3}) = \tfrac{44}{1} \text{ fl} : \left\{\frac{6^3}{1} \times \frac{3}{2}\right\} = \tfrac{44}{1} \text{ fl}:$$

$$\tfrac{9}{1} = \tfrac{44}{1} \text{ fl} \times \tfrac{1}{9} = \tfrac{44}{9} \text{ fl.}$$

Ganz auf dieselbe Art, wie es hier geschehen, wird auch beym 2ten bis 13ten Beyspiel geschloßen.

2.) 7 Mß kosten 5 2/3 fl, was 4 Mß?

Antwort: 3 fl, 14 2/7 kr.

$$\tfrac{17}{3} \text{ fl} \times \tfrac{4}{1} \times \tfrac{1}{7} = \frac{68}{} \text{ fl}$$

68 | 21
63 | 3 fl 14 2/7 kr.
5
60
300
21
90
84
$\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$

Oder

17/3 fl : (7 : 4) = 17/3 fl : 7/4 = 17/3 fl × 4/7 = $\frac{68}{21}$ fl ꝛc.

Will man Auflösungen solcher Aufgaben prüfen, so darf man sie nur umkehren, und aus dem Gefundenen das anfänglich Gegebene auf dieselbe Art suchen. Z. B.

Wie viel kosten 7 Mß, wenn 4 M 3 5/21 fl kosten?

Antwort: 5 2/3 fl.

$$\frac{\overset{17}{\cancel{68}}}{\underset{3}{\cancel{21}}} \text{ fl} \times \frac{7}{1} \times \frac{1}{\cancel{4}} = \frac{17}{3} \text{ fl} = 5\,\tfrac{2}{3} \text{ fl.}$$

3.) 6 3/4 Ellen kosten 18 kr, was 2 Ellen?

Antwort: 5 1/3 kr.

$$\frac{\overset{2}{18}}{1} \text{kr.} \times \frac{4}{\underset{3}{\cancel{27}}} \times \frac{2}{1} = \frac{16}{3} \text{ kr.} = 5\,\tfrac{1}{3} \text{ kr.}$$

Oder

18/1 kr. : (27/4 : 2/1) = 18/1 kr. : (27/4 × 1/2) =

$$18/1 \text{ kr.} : 27/8 = \frac{\overset{2}{18}}{1} \text{ kr.} \times \frac{8}{27_3} = 16/3 \text{ kr.}$$

4.) Vier ℔ Lichter kosten 1 2/3 fl, wie viel 2 3/4 ℔?

Antwort: 1 fl, 8 3/4 kr.

5/3 fl × 11/4 × 1/4 = 55/48 fl = 1 7/48 fl = 1 fl, 8 3/4 kr.

Oder

$5/3 \text{ fl} : (4/1 : 11/4) = 5/3 \text{ fl} : (4/1 \times 4/11)$
$= 5/3 \text{ fl} \times \frac{11}{16} = \frac{55}{48} \text{ fl.}$

5.) 1 1/2 Lth. kosten 5/18 fl, was 6 Lth?

Antwort: 1 fl, 6 2/3 kr.

$\frac{5}{18_3} \text{fl} \times \frac{6}{1} \times 2/3 = 10/9 \text{ fl} = 1 1/9 \text{ fl} =$
1 fl, 6 $\frac{2}{3}$ kr.

Oder

$5/18 \text{ fl} : (3/2 : 6/1) = 5/18 \text{ fl} : (3/2 \times 1/6_2)$
$= 5/18 \text{ fl} : 1/4 = \frac{5}{9^{1}8} \text{fl} \times \frac{2}{1} = 10/9 \text{ fl}$

6.) 3 1/3 Mltr. Frucht kosten 18 fl, wie viel 5 4/7 Mltr?

Antwort: 30 fl, 5 1/7 kr.

$18/1 \text{ fl} \times 39/7 \times 3/10 = 2106$ fl

210 | 6 | 70
21 | 30 fl 5 1/7 kr.
06
60
30 | 0
35
5/1 kr.

Oder

18/1 fl : (10/3 : 39/7) = 18/1 fl : (10/3 × 7/39) = 18/1 fl : $\frac{70}{117}$ = 18/1 fl × $\frac{117}{70}$ = $\frac{2106}{70}$ fl.

7.) Für 3/5 fl kauft man 15 Ellen Band, wie viel erhält man für 7/8 fl ? *)

Antwort: 21 7/8 Ellen.

Die 15 Ellen müssen eben so oft in den unbekannten Ellen euthalten seyn, als 3/5 fl in 7/8 fl stecken. Daher wird entweder mit 3/5 fl in 7/8 fl dividirt, und mit dem unbenannten Quotienten die Zahl 15 Ellen multiplicirt; oder man dividirt 15 Ellen durch 3/5, und multiplicirt den benannten Quotienten (die Zahl der Ellen, welche man für 1 fl kaufen kann) mit 7/8; oder man multiplicirt 15 Ellen mit 7/8, und dividirt ins Produkt mit 3/5. In jedem Fall ist 3/5 Divisor.

Wie bey den vorigen Aufgaben, so kann auch hier noch auf eine andere Art geschlossen werden, nämlich:

So oft 7/8 fl im 3/5 fl enthalten sind, eben so oft stecken auch gewiß die unbekannten Ellen in 15 Ellen. Man kann daher auch mit dem Quotienten aus 7/8 in 3/5 in 15 Ellen dividiren.

---

*) Vergleiche die Anmerkung zum 1ten Beyspiel des §. 140.

$\frac{515}{1}$ E. × 7/8 × 5/5 = $\frac{175}{8}$ Ellen = 21 7/8 Ellen.

Oder

15/1 E. : (3/5 : 7/8) = 15/1 E. : (3/5 × 8/7)

= 15/1 E. : $\frac{24}{35}$ = $\frac{515}{1}$ E. × $\frac{35}{824}$ = $\frac{175}{8}$ Ell.

8.) 13 3/4 Buch Schreibpapier kauft man für 2 fl, 34 3/14 kr; wie viel Buch erhält man für 42 1/3 kr?

Antwort: 3 1/2 Buch.

Die mehrsortige Zahl 2 fl, 34 3/14 kr. wird in eine einsortige verwandelt, indem man 120 kr. = 2 fl zu 34 3/14 kr. addirt.

$\frac{3}{42}$ Buch × $\frac{127}{3}$ × $\frac{7}{2159}$ = $\frac{7}{2}$ B. = $3\frac{1}{2}$ B.

Oder

51/4 B. : ($\frac{2159}{14}$: $\frac{127}{3}$) = $\frac{51}{4}$ B. :

$\left(\frac{17}{2159} \times \frac{3}{127}\right)$ = 51/4 B. : $\frac{51}{14}$ = $\frac{51}{4}$

B. × $\frac{14}{51}$ = 14/4 B. = 3 1/2 B.

Wenn einer von einem andern Geld leiht, so ist es billig, daß der Leihende oder der Schuldner dem Leiher oder dem Glaubiger nicht nur mit der Zeit die geliehene Summe oder das Capital wieder heimzahle, sondern ihm auch so lange, bis die Heimzahlung wirklich erfolgt, jährlich etwas Gewisses entrichte, indem ja der Glaubiger aus dem weggeliehenen Geld, wenn ers behalten, hätte Nutzen ziehen können. Diejenige Summe nun, die der Schuldner seinem Glaubiger für ein geliehenes Capital jährlich entrichten muß, heißt der jährliche Zins oder das jährliche Interesse des Capitals. Ein Capital, damit es Zins trage, ausleihen, heißt, ein Capital anlegen, und ein Capital verzinsen ist so viel als eines geliehen haben, und Zins davon geben. Der Glaubiger legt daher ein Capital an und der Schuldner verzinst es. Hierbey wird durchgehends nach dem Hundert gerechnet, d. h. man bestimmt, wie viel der Schuldner fürs Hundert (es mögen nun kr, oder fl, oder Rthlr., oder Louisdo'rs ꝛc. seyn) jährlich geben muß. Gibt er fürs Hundert 5, so sagt man: er verzinnst das geliehene Capital zu 5 Procent (procentum — fürs Hundert) d. h. er gibt für 100 fl, 100 Louisd'ors ꝛc. jährlich 5 fl, 5 Louisd'ors ꝛc. Zins.

Erhält der Glaubiger fürs Hundert 8, so hat er sein Capital zu 8 Procent angelegt ꝛc. Ist nun das Capital kleiner oder größer als 100, so muß der jährliche Zins desselben erst berechnet werden, welches, wie die Auflösungen der bisherigen Aufgaben, entweder durch Multiplication und Divisiion, oder durch eine gedopelte Division geschieht

9.) A leiht von B 215 fl zu 5 Proc; wie viel muß er jährlich Zins geben?

Antwort 10 fl — 45 kr.

Da er für 100 fl 5 fl geben muß, so kann man zuerst durch Division finden, wie oft 100 fl in 215 fl enthalten sind. Eben so oft müssen 5 fl in dem zu zahlenden Zins enthalten seyn; daher man mit dem gefundenen unbenann-Quotienten 5 fl multipliciren muß.

$$5 \text{ fl} \times \frac{215}{100} = 10\tfrac{15}{20} \text{ fl} = 10\tfrac{3}{4} \text{ fl} = 10 \text{ fl}, 45 \text{ kr.}$$

Mann könnte aber auch mit 100 fl in 5 fl dividiren, und dadurch im unbenannten Quotienten $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ finden, wie oft 215 fl in dem noch unbekannten Zins enthalten seyn müssen. Werden demnach diese 215 fl mit dem unbenannten Quotienten $\frac{1}{20}$ multiplicirt, so erhält man das verlangte.

$$215 \text{ fl} \times \frac{1}{20} = \tfrac{43}{4} \text{ fl} = 10\tfrac{3}{4} \text{ fl.}$$

Dieselbe richtige Antwort wird endlich gleichfalls erhalten, wenn man noch vor der Division mit 100 die beyden Zahlen 215 und 5 mit einander multiplicirt, und sodann erst ins Produkt mit 100 dividirt.

215
5
10|75 | 1|00
60 | 10 fl 45 kr.
45|00

In jedem Fall ist 100 Divisor, und das Exempel steht, wenn man alle Zahlen in Bruchform ausdruckt, so:

$$\frac{215}{1}\ \text{fl} \times \frac{5}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{43}{4}\ \text{fl}\ \text{rc.}$$

$$\frac{20}{4}$$

Schließt man hingegen: Eben so oft als der Zins 5 fl im Capital 100 fl enthalten ist, eben so oft muß auch der unbekannte Zinns, nach welchem gefragt wird, im Capital 215 fl stecken, so gibt es zwei Divisionen, nämlich

$$215\ \text{fl} : \tfrac{100}{5} = 215\ \text{fl} : 20 = 10\ \tfrac{3}{4}\ \text{fl.}$$

Diese letzte Art der Berechnung kommt mit der zweiten, nach welcher das Capital mit $\frac{1}{20}$ multiplicirt wurde, vollkommen überein, indem es ja ganz einerlei ist, ob eine Zahl mit 20 dividirt oder mit $\frac{1}{20}$ multiplicirt wird. Für die Berechnung des Zins zu 5 Proc. gilt demnach die leichte Regel:

Dividire ins Capital mit 20, so hast du den verlangten Zins.

10.) Wie viel tragen 604 2/3 fl jährlichen Zins zu 4 1/2 Proc.?

Antwort: 27 fl, 3 3/5 kr.

$$\frac{\overset{902}{2814}}{\underset{3}{}}\ \text{fl} \times \frac{\overset{3}{9}}{\underset{2}{}} \times \frac{1}{100} = \frac{2706}{100}\ \text{fl} = 27\ \text{fl},\ 3\ \tfrac{3}{5}\ \text{kr.}$$

Oder.

$$\frac{2814}{3}\ \text{fl} : \left(\frac{100}{1} : \frac{9}{2}\right) = \frac{2814}{3}\ \text{fl} : \frac{200}{9} =$$

$$\frac{\overset{902}{2814}}{3}\ \text{fl} \times \frac{9}{\underset{100}{200}} = \frac{2706}{100}\ \text{fl}\ \text{rc.}$$

11.) Wie viel tragen 42 2/5 fl zu 5 1/3 Proc. jährlichen Zinns ? *)

Ant-

*) Ich setze die zweite Art der Berechnung nicht fort, weil sie die minder gewöhnliche ist. Sollte der Schüler durch die bisherigen Beyspiele und durch die weitere mündliche Erklärung derselben noch zu keiner hellen Erkenntnis des Grundes beyder Berechnungsarter gekommen seyn, so wäre zu rathen, die zweite Art diesem und den folgenden Beyspielen an der Tafel beyzufügen. An derselben müssen auch manche Abkürzungen in der Stellung der Zahlen, die der Deutlichkeit wegen weggeblieben sind, gezeigt werden.

Antwort: 2 fl 15 $\frac{17}{25}$ kr.

$$\frac{\overset{105}{\cancel{212}}}{5}\text{ fl} \times \frac{\overset{8}{\cancel{16}}}{3} \times \frac{1}{\underset{25}{\cancel{100}}} = \frac{848}{375}\text{ fl} = 2\text{ fl, }15\frac{17}{25}\text{ kr.}$$

12 Wie viel Zins tragen 97 1/3 fl, wenn 50 1/2 fl jährlich 1 2/7 fl abwerfen?

Antwort: 2 fl, 28 $\frac{484}{707}$ kr.

$$\frac{\cancel{292}}{\cancel{3}}\text{ fl} \times \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{7} \times 1\tfrac{2}{101} = 1\tfrac{752}{707}\text{ fl} = 2\text{ fl,}$$

28 $\frac{484}{707}$ kr.

13.) Wie viel betragen 121 1/2 Genfer Ellen in Kölner Ellen, wenn 154 Genfer Ellen = 263 3/4 K. E. sind?

Antwort: 208 $\frac{109}{1232}$ K. Ellen.

$$\frac{243}{2}\text{ E.} \times \frac{1055}{4} \times \frac{1}{154} = 2\tfrac{563}{1232}\text{ E. 2c.}$$

14.) Vom 3 Ellen breiten Tuch braucht man 5 Ellen, wie viel vom 2 2/3 breiten?

Antwort: 5 5/8 Ellen.

Die 5 Ellen vom breitern Tuch müssen eben so oft in den unbekannten Ellen des schmälern ent=

halten seyn, als die kleinere Breite 2 2/3 in der größern, in 3 steckt. Daher ist 2 2/3 Divisor.

$\frac{5}{1}$ Ellen $\times \frac{3}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{45}{8}$ E. $= 5\frac{5}{8}$ Ellen.

15.) 200 Mann haben 6 Wochen lang zu essen, wie viel werden vom nämlichen Vorrath 2 2/7 Wochen lang leben können?

Anwort: 525 Mann.

Die Zahl 200 Mann muß eben so oft in der unbekannten Zahl stecken, als die kleinere Zeit 2 2/7 in der größern, in 6. Mithin ist 2 2/7 Divisor.

$$\frac{\overset{25}{200}}{1} \text{ M.} \times \frac{\overset{3}{6}}{1} \times \frac{7}{\underset{8}{16}} = \frac{525}{1} = 525 \text{ M.}$$

16.) Ein Faß Salz wiegt 4 2/3 Entr.; dergleichen braucht man tägl. 10; wie viel, wenn eines nur 2 1/2 Entr. wiegt?

Antwort: 18 2/3 Fäßer.

Die Schlußfolge ist bey diesem und den folgenden Beyspielen die nämlichen.

$$\frac{28}{1} \text{ F} \times \frac{14}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{56}{3} = 18\frac{2}{3} \text{ F.}$$

17.) Das 2 kr. Brod wiegt 1/4 ℔, wenn das Sri. Kernen 1 1/3 fl kostet; wie viel wird es wiegen müssen, wenn das Sri. nur 4/5 fl kostet?

Antwort: 13 1/3 Lth.

$$\frac{1}{4}\ ℔ \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{12}\ ℔ = \frac{160}{12}\ \text{Lth.} =$$

$13\ \frac{1}{3}$ Lth.

18.) Wie lang muß man $132\ \frac{2}{5}$ fl stehen lassen, um eben so viel Zins zu erhalten, als $555\ \frac{3}{5}$ fl in $\frac{4}{5}$ Jahren tragen?

Antwort: 3 Jahr, $4\ \frac{472}{1655}$ Monath.

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5}\ \text{J.} \times \frac{2778}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{\underset{331}{662}} = \frac{5556}{1655}\ \text{J.} = 3\ \text{Jahr},$$

$4\ \frac{472}{1655}$ Monath.

Wenn bey einem 16 Loth wiegenden aus zusammengeschmolzenem Silber und Kupfer bestehendem Stück Metall 13 Lth Silber sind; so sagt man, dieses gemischte Metall sey 13 löthiges Silber. Wären nur 9 oder 6 Lth Silber dabey, so wäre das Silber auch nur 9 oder 6 löthig. 16 löthiges Silber hat demnach gar keinen Kupferzusatz, ist ganz fein, und das 13 löthige hat mehr Gehalt als das 9 löthige. Dieß vorausgesetzt wird auch folgende Aufgabe verständlich seyn.

19.) Wenn der Conv. Thlr. vom 12 löthigen Silber $2\frac{1}{20}$ Lth. wiegt, wie schwer müßte er vom $10\frac{1}{2}$ löthigen werden?

Antwort: 2 Lth., 1 D., $22\frac{2}{7}$ Gr.

Das Gewicht des Thlrs vom besserm Silber muß in dem noch unbekannten Gewicht desselben vom schlechtern eben so oft enthalten seyn, als die Gehaltszahl des letztern in der Gehaltszahl des erstern steckt. Daher ist $10\frac{1}{2}$ Divisor.

$$\frac{41}{20} \text{ Lth.} \times \frac{12}{1} \times \frac{2}{21} = \frac{82}{35} \text{ Lth.} = 2 \text{ Lth},$$

1 D., $22\frac{2}{7}$ Gran.

20.) Ein Band ist $121\frac{1}{2}$ Genfer Ellen lang, wie viel Ellen würde es haben, wenn es nach der Kölner gemessen würde, da auf diese 308, *) auf die Genfer Elle hingegen $527\frac{1}{2}$ Pariser Linien gehen? **)

Antwort: $208\frac{109}{1232}$ Ellen.

---

*) Die große Kölner Elle ist hier gemeint. Auf die kleine gehen nur 255 2/5 Linien, welche Angabe zu 2 andern Aufgaben dienen kann.

**) Dieses Beyspiel, das dieselbe Frage enthält, die schon im 13ten vorgekommen ist, steht deßwegen hier, um den Schüler auf den wichtigen Unterschied im Schlie-

Die Zahl der Genfer Ellen muß in der unbekannten Zahl der Kölner Ellen eben so oft enthalten seyn, als die Zahl der Pariser Linien, welche auf die ungleich kleinere Köllner Elle gehen in der Zahl der Linien steckt, welche

---

ßen bey Maßverwandlungen aufmerksam zu machen. Anderst als hier mußte bey der 13ten Aufgabe geschlossen werden, weil dort die Gleichheit zwischen 2 Zahlen beyder Maße angegeben war, hier aber die Einheit jedes der verschiedenen Maße durch ein drittes, kleineres Maß ausgedruckt ist.

Die Länge von 154 Genfer Ellen ist der Länge von 263 3/4 Ellen gleich; ungleich hingegen sind die Längen 308 und 527 1/2 Pariser Linien. Druckt man den in Worten angegebenen leichten Schluß allgebraisch aus, und nennt die Zahl der zu verwandelnden Genfer Ellen a und die unbekannte Zahl der Kölner Elle X; so hat man die Gleichung

$$\frac{527\ 1/2}{308} = \frac{X}{a}.$$

Diese Gleichung in ein Proportion aufgelößt gibt

$$\frac{1}{a} : \frac{1}{308} = 527\ 1/2 : X$$

oder $308 : a = 527\ 1/2 : X$

oder $308 : 527\ 1/2 = a : X$

man auf die größere Genfer Elle rechnet. Folglich ist hier 308 der Divisor.

$$\frac{243}{2} \text{ G. E.} \times \frac{1055}{2} \times \frac{1}{308} = \frac{256365}{1232} \text{ G. E. ꝛc.}$$

Diese Erklärung, die für einen oder den andern Lehrer nicht ganz überflüssig seyn dürfte, fand hier schon ihre Stelle, weil eine glückliche Beseitigung aller Zweifel, die dem Schüler bey diesen Aufgaben aus der umgekehrten Regel de Tri aufsteigen können, eine solche gründlichere Einsicht des Lehrers voraussetzt, der, wenn sein Vortrag wirklich gut seyn soll, immer 10mal mehr wissen muß, als er dem Anfänger sagen darf. Dem, welchen allenfalls das X und a. abschrecken sollte, mag folgende, nicht minder gründliche Ansicht der Entstehungsart umgekehrter Verhältnisse genügen.

Weil zwischen 308 und 527 $\frac{1}{2}$ Pariser Linien keine Gleichheit Statt findet, so sucht man dieselbe dadurch zu erhalten, daß man Eine Genfer Elle in Kölner Ellen ausdrückt. Dieß geschieht durch Division mit 308 in 527 $\frac{1}{2}$. Eine Genfer Elle ist mithin $= \frac{527\ \frac{1}{2}}{308}$ Kölner Ellen, und man hat folgende gewöhnl. Proportion:

1 G. E. : $\frac{527\ \frac{1}{2}}{308}$ K. E. = 121 $\frac{1}{2}$ G. E. : zu der unbekannten Zahl d. K. E.

§. 145.

Verbindung der Subtraktion mit der Division.

Beyspiel:

Drei Kaufleute, A, B und C, lassen mit einander $17\frac{2}{5}$ Cntr. von einer gewissen Waare kommen, die sie gleich unter sich theilen. A verkauft $2\frac{1}{5}$ Cntr., und theilt den Rest mit seinem Bruder; B verkauft $1\frac{3}{7}$ Cntr., und $2\frac{1}{2}$ Cntr. gehen ihm durch Unvorsichtigkeit zu Grunde; C verkauft 3 Cntr., braucht in seine Haushaltung $\frac{1}{9}$ Cntr., und theilt den Rest mit 2 Freunden, wie viel hat jeder noch vorräthig?

Antwort: A 1 Cntr., 80 lb. B 1 Cntr., $87\frac{1}{7}$ lb. C 89 $\frac{17}{27}$ lb.

I.

$17\frac{2}{5}$ Cntr.

$\frac{29\ 87}{5}$ Cntr : 3 = $\frac{29}{5}$ Ctr.

Wird nun in dieser Proportion das 1te Verhältniß $1 : \frac{527\frac{1}{2}}{308}$ mit 308 multiplicirt, so erscheint das umgekehrte Verhältniß

$308 : 527\frac{1}{2}$.

2.

Entr.

$2\frac{9}{5}$

$1\frac{1}{5}$

$^{9}\frac{18}{5}$ Entr.: 2. $= \frac{9}{5}$ C. $= 1$ C,

80 lb.

3.

Entr.

$2\frac{9}{5}$ (14 $^{4}\frac{6}{70}$

Entr.

$1\frac{3}{7} = \frac{10}{7}$ (2 $\frac{20}{14}$

$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ (7 $\frac{35}{14}$

$\frac{55}{14}$ (5 $^{2}\frac{75}{70}$

$\frac{131}{70}$ Entr. =

1 Entr. $87\frac{1}{7}$ lb.

4.

Entr.

$2\frac{9}{5}$ (9 $^{2}\frac{61}{45}$

3 Entr. $= \frac{27}{9}$

$\frac{1}{9}$

$2\frac{8}{9}$ (5 $^{1}\frac{40}{45}$

$^{1}\frac{21}{45}$ C.: 3 =

$\frac{1}{1}\frac{21}{35}$ C. = 89 $\frac{17}{27}$ lb.

§. 146.

Verbindung der Addition und Multiplication mit der Division.

Beyspiel:

Carl und Philipp legen zu einem gemeinschaftlichen Handel zusammen. Carl gibt $\frac{3}{5}$ und Philipp $\frac{2}{5}$. Nach 3 Jahren ist das Handelskapital auf $5\frac{6}{7}$ angewachsen. Carl theilt seinen Antheil unter seine 3, Philipp den seinigen unter seine 5 Kinder. Von jenen legen 2 und von diesen 3 das Erhaltene aufs neue zusammen, wie viel wirft diese Summe, wenn sie zu 35 Proc. umgetrieben wird, und das Capital der Väter, mit dem sie den Handel angefangen haben, 20000 fl war, jährliche Zinse ab?

Antwort: 26240 fl.

1.)

$5\frac{6}{7}$

$\frac{41}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{123}{35} =$ Carls Antheil.

2.)

$\frac{41}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{82}{35} =$ Philipps Antheil.

3.)

$\frac{\overset{41}{123}}{35} \times \frac{2}{\cancel{5}} = \frac{82}{35}$ geben die 2 Söhne Carls.

4.

$\frac{82}{35} \times \frac{3}{5} = \frac{246}{175}$ geben die 3 Söhne Philipps.

5.

$\frac{82}{35}$ (5 $\frac{410}{175}$)

$\frac{246}{175}$ (1 $\frac{246}{175}$)

$\frac{656}{35} \times 20000$ fl $= \frac{524800}{7}$ fl $=$

800
4000
175
35
7

dem Kapital, nach dessen Zinns zu 35 Proc gefragt wird.

6.

$\frac{524800}{7}$ fl $\times \frac{35}{1} \times \frac{1}{100} = 26240$ fl ist der Zins zu 35 Proc.

§. 147.

Verbindung der Addition und Subtraktion mit der Division.

Beyspiel:

Sieben Kinder erben. Die Hinterlassenschaft beträgt $3507\frac{2}{7}$ fl an Geld und $15209\frac{5}{14}$ fl an Haus und Gütern. Die Theilungskosten belaufen sich auf $213\frac{2}{21}$ fl; wie viel erhält 1 Kind?

Antwort: 2643 fl, 21 $\frac{41}{49}$ kr.

I.

fl

$3507\frac{2}{7} = \frac{4}{}$

$15209\frac{5}{14} = \frac{5}{14}$

$18716 \quad \frac{9}{14}$ (3 $\frac{27}{42}$

2.)

$213 \quad \frac{2}{21}$ (2 $\frac{4}{42}$

$18503 \quad \frac{23}{42}$ fl.

3.

$18503\frac{23}{42}$ fl

37029

74012

$\frac{777149}{42}$ fl : 7 = $\frac{777149}{294}$ fl = 2643 fl,

21 $\frac{41}{49}$ kr.

§. 148.

Verbindung der Multiplication und Subtraktion mit der Division.

Beyspiel:

Es hat einer $9\frac{4}{5}$ fl und will 18 ℔ von einer Waare kaufen, von welcher $\frac{5}{6}$ ℔ 33 $\frac{1}{3}$ kr. kosten; wie viel hat er zu wenig?
Anwort: 2 fl, 12 kr.

1.

$$\frac{33\frac{1}{3}\text{ kr.}}{\frac{{}^{20}100}{3}\text{ kr.} \times \frac{18^{6}}{1} \times \frac{6}{5} = 720\text{ kr.} = 12\text{ fl.}}$$

2.

fl — kr.
12 — $\frac{5}{5}$
9 — $\frac{4}{5}$

2 $\frac{1}{5}$ fl = 2 fl, 12 kr.

§. 149.

Verbindung aller vier Species.

Beyspiele:

1.) Herr von Goldreich lebt von den Zinsen zweier ausstehenden Capitalien. Daß größere ist 241710 fl stark und zu $2\frac{1}{3}$ Proc. angelegt; das kleinere, nur 197800 fl stark, trägt $5\frac{1}{2}$ Proc. Er braucht jährlich 11000 fl; wie viel legt er zurück?

Antwort: 5518 fl, 54 kr.

1.

$$\frac{8057}{\cancel{241710}} \text{ fl} \times \frac{7}{3} \times \frac{1}{\cancel{100}} = \frac{56399}{10} \text{ fl} = 5639\frac{9}{10} \text{ fl}.$$

2.

$$\frac{989}{\cancel{197800}} \text{ fl} \times \frac{11}{2} \times \frac{1}{\cancel{100}} = 10879 \text{ fl}$$

3.

10879 fl
5639 $\frac{9}{10}$ fl

16518 $\frac{9}{10}$ fl

4.) 11000

5518 $\frac{9}{10}$ fl

2.) Ein Universalerbe bekommt 70221 $\frac{5}{6}$ fl, muß 44811 $\frac{1}{3}$ fl Legaten Zahlen, legt $\frac{2}{5}$ des ihm übrig bleibenden sogleich zu 5 Proc. an, und treibt den

Rest zu $9\frac{2}{7}$ Proc. um; wie viel hat er nach 1 Jahr mit seiner Erbschaft erworben?

Antwort: 4977 $\frac{99}{200}$ fl.

1.

fl		
70221	$\frac{5}{6}$	$= \frac{5}{6}$
4481	$\frac{1}{3}$	$= \frac{2}{6}$
65740 fl	$\frac{3}{6}$	$= \frac{1}{2}$ fl

2.

$$\frac{65740\ \frac{1}{2}\ \text{fl}}{\frac{131481}{2}\ \text{fl} \times \frac{2}{5} = \frac{131481}{5}\ \text{fl} = 26296\ \frac{1}{5}\ \text{fl}.}$$

3.

$$\frac{131481}{5}\ \text{fl} \times \frac{5}{1} \times \frac{1}{100} = \frac{131481}{100}\ \text{fl} = 1314\frac{81}{100}\ \text{fl}.$$

4.

1	$=$	$\frac{5}{5}$
weniger		$\frac{2}{5}$
läßt		$\frac{3}{5}$, daher

$\frac{13148\text{1}}{2}$ fl $\times \frac{3}{5} = \frac{3044\text{43}}{10}$ fl $= 39444\frac{3}{10}$ fl.

(Probe von N°. 2 und 4.)

39444 $\frac{3}{10}$ fl
26296 $\frac{2}{10}$ fl

65740 fl $\frac{5}{10}$ fl $= \frac{1}{2}$ fl

5.

$\frac{\overset{56349}{3.9.4.4.3.}}{\overset{18}{2}}$ fl $\times \frac{\overset{13}{65}}{8} \times \frac{1}{100} = \frac{732537}{1200}$ fl $= 3662\frac{137}{200}$ fl.

6.

fl.

1314 $\frac{81}{100}$ (2 $\frac{162}{}$
3662 $\frac{137}{200}$ (1 $\frac{137}{200}$
1 herüberg.

4977 fl $\frac{299}{200} = 1\frac{99}{200}$ fl.

§. 150.

Jetzt erst können wir die noch übrigen 3 Vorbereitungsaufgaben in gebrochenen Zahlen auflösen lernen. Die 7te und 8te enthält der gegenwärtige, die 9te der folgende §.

1.) Will man einen Bruch in einen andern von einem bestimmten Nenner verwandeln, ohne seinen Werth zu ändern, soll z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ den Nenner 100 bekommen, so multiplicirt man den Zähler, 3, mit dem verlangten Nenner, 100, und dividirt ins Prodrukt, 300, mit dem alten Nenner, 4; so hat man den neuen Zähler, 75, dem der verlangte Nenner, 100, untergeschrieben wird, $\frac{75}{100}$.

Daß auf diese Art der Werth des anfänglichen Bruchs, $\frac{3}{4}$, nicht geändert wird, erhellt aus §. 119, N°. 5, denn es ist $\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{300}{400}$ $= \frac{300}{400} : \frac{4}{4} = \frac{75}{100}$. In den meisten Fällen stoßt man bey der Auflösung dieser Aufgabe auf einen einfach unreinen Bruch, dessen Zähler gebrochen ist, und der, nach §. 139, in einen reinen verwandelt werden kann, wodurch aber der verlangte Nenner wieder verlohren geht. Es sey z. B. der Bruch $\frac{5}{9}$ und 10 der Nenner, welchen er erhalten soll, so ist nach obiger Regel

$\frac{5}{9} = \frac{\frac{50}{9}}{10}$ (nach §. 139) $= \frac{50}{90}$.

2.) Will man im Gegentheil einen gegebenen Bruch, ohne seinen Werth zu ändern, in einen andern von einem bestimmten Zähler verwandeln, soll z. B. der Bruch $\frac{4}{5}$ den Zähler 2000 erhalten, so multiplicire man den Nenner, 5, mit dem verlangten Zähler, 2000, und dividire ins Produkt,

10000,

10000, mit dem alten Zähler, 4; so hat man den neuen Nenner, 2500, über welchen der verlangte Zähler, 2000, geschrieben wird; $\frac{2000}{2500}$.

Auch hier erhellt die Richtigkeit der Regel aus §. 119, N°. 5; denn es ist $\frac{4}{5} \times \frac{2000}{2000} = \frac{8000}{10000}$ und $\frac{8000}{10000} : \frac{4}{4} = \frac{2000}{2500}$.

Entsteht durch diese Regel, wie es sehr häufig zu geschehen pflegt, wiederum ein einfach unreiner Bruch, dessen Nenner gebrochen ist; so kann derselbe, nach §. 139, jedoch ebenfalls mit Verlust des verlangten Zählers, in einen reinen verwandelt werden. Es sey z. B. der Bruch $\frac{4}{7}$, welchen der Zähler 11 gegeben werden soll; so ist $\frac{4}{7} = \frac{11}{\frac{77}{4}}$ (§. 139.) $= \frac{44}{77}$.

§. 151.

Wichtiger als die beyden vorhergehenden Aufgaben ist das Verwandeln eines Bruchs einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer höhern, oder die neunte Vorbereitungsaufgabe. Es geschieht dieß auf die nämliche Art, auf welche eine ganze Zahl einer niedrigern Sorte in die einer höhern verwandelt wird, nämlich durch Division mit der Eintheilungszahl. Wie man z. B. in 120 kr. mit 60 kr. dividiren muß, um die 2 fl zu erhalten welche, = 120 kr. sind; so wird auch in den Bruch $\frac{3}{4}$ kr. mit 60 kr. dividirt, um den Guldenbruch zu erhalten, der = $\frac{3}{4}$ kr ist.

Beyspiele:

1.) Was für einen Guldenbruch gleicht der Bruch $\frac{3}{4}$ kr. ?

Antwort: dem Bruch $\frac{1}{80}$ fl.

$\frac{3}{4}$ kr : $\frac{60}{20}$ kr. = $\frac{1}{80}$.

2.) Welchem Kreuzerbruch der Bruch $\frac{4}{7}$ ₰ ?

Antwort: dem Bruch $\frac{1}{7}$ kr.

$\frac{4}{7}$ ₰ : 4 ₰ = $\frac{1}{7}$.

3.) Welchem Guldenbruch der Bruch $\frac{2}{5}$ ₰ ?

Antwort: dem Bruch $\frac{1}{600}$ fl.

$\frac{2}{5}$ ₰ : $\frac{120}{240}$ ₰ = $\frac{1}{600}$.

4.) Was für einem Rthlr. Bruch der Bruch $\frac{7}{12}$ g.gr. ?

Antwort: dem Bruch $\frac{7}{288}$ Rthlr.

$\frac{7}{12}$ g. gr. : 24 g.gr. = $\frac{7}{288}$.

5.) Welchem Ohmbruch (D. E.) der Bruch $\frac{2}{7}$ Schpp. ?

Antwort: dem Bruch $\frac{1}{1008}$ Ohm.

$\frac{2}{7}$ S. : $\frac{144}{288}$ S. = $\frac{1}{1008}$.

6.) Was für einem Mltrbruch (D. M. glatte Frucht) der Bruch $\frac{5}{8}$ Sri. ?

Antwort: dem Bruch $\frac{5}{64}$ Mltr.

$\frac{5}{8}$ Sri. : 8 Sri. = $\frac{5}{64}$.

7.) Welchem ℔ Bruch der Bruch $\frac{2}{5}$ Gran?

Antwort: dem Bruch $\frac{1}{19200}$ ℔.

$\frac{2}{5}$ Gr. : $\frac{3840}{7680}$ Gr. = $\frac{1}{19200}$.

§. 152.

Wir kehren nunmehr zur Addition ungleichnamigt-gleichartiger Brüche zurück, die (nach §. 127) zuerst gleichnamigt gemacht werden müssen, ehe sie addirt werden können. Dieß kann, wie schon dort bemerkt wurde, auf eine gedoppelte Art geschehen, durch deren Verbindung noch eine 3te entsteht.

1.) Entweder verwandelt man alle Brüchr, nach §. 125, in ganze Zahlen oder Brüche der niedrigsten Sorte, welche vorkommt;

2.) oder, nach §. 151, in Brüche der höchsten Sorte;

3.) oder man verbindet, wenn mehr als 2 Sorten vorkommen, beyde Arten mit einander, d. h. die Brüche der höhern Sorten werden auf die 1te und die der niedrigern auf die 2te Art in eine mittlere verwandelt.

Beyspiel:

Ein Buchhalter läßt bey einer Addition alle Brüche weg. Diese sind $\frac{2}{9}$ Fdr. $\frac{5}{6}$ Ohm, $\frac{1}{7}$ Vrtl., $\frac{5}{7}$ Vrtl., $\frac{1}{3}$ Mß., $\frac{2}{5}$ Mß. und $\frac{1}{6}$ Schoppen; um wie viel hat er gefehlt?

Antwort: um 3 Ohm, 1 Vrtl., 3 Mß, 3 $\frac{47}{72}$ Schppen.

Erste Art.

1.

$\frac{2}{9} \times {}^{320}\!288$ S. = 640 S.

2.

$\frac{5}{6} \times {}^{48}\!288$ S. = 240 S.

3.

$\frac{3}{7} \times 24$ S. = $\frac{24}{7}$ S. = $3\frac{3}{7}$ S.

4.

$\frac{5}{7} \times 24$ Sgr. $= 17\frac{1}{7}$ Sgr.

5.

$\frac{1}{3} \times 4$ Sgr. $= \frac{4}{3}$ Sgr. $= 1\frac{1}{3}$ Sgr.

6.

$1\frac{2}{5} \times 4$ Sgr. $= \frac{8}{5}$ Sgr. $= 1\frac{3}{5}$ Sgr.

7.

Schpp.

640
240

	$3\frac{3}{7}$ (30	90
	$17\frac{1}{7}$ (30	30
210.)	$1\frac{1}{3}$ (70	70
	$1\frac{3}{5}$ (42	126
	$\frac{1}{6}$ (35	$\frac{35}{210}$

1 herüberg.

903 Sgr. $\frac{35}{210}$ Sgr. $= 1\frac{47}{70}$ Sgr.

8.

903 Sgr. | 4
3 Sgr. | 225 Mß. | 6
3 Mß. | 37 Vrtl. | 12
1 Vrtl. | 3 Ohm

Zweite Art.

1.

$\frac{5}{6}$ Ohm : 12^2 = $\frac{1}{12}$ Fdr.

2.

$\frac{1}{7}$ Vrtl. : 120 = $\frac{1}{840}$ Fdr.

3.

$\frac{5}{7}$ Vrtl. : 120 = $\frac{5}{840}$ Fdr.

4.

$\frac{1}{3}$ Mß. : 720 = $\frac{1}{2160}$ Fdr.

5.

$\frac{2}{5}$ Mß. : $\frac{360}{720}$ = $\frac{1}{1800}$ Fdr.

6.

$\frac{1}{6}$ S. : 2880 = $\frac{1}{17280}$ Fdr.

7.

Fdr.

$\frac{2}{9}$ (67200 — 134400
$\frac{1}{12}$ (50400 — 50400
$\frac{1}{840}$ (720 — 720
604800) $\frac{5}{840}$ (720 — 3600
$\frac{1}{2160}$ (280 — 280
$\frac{1}{1800}$ (336 — 336
$\frac{1}{17280}$ (35 — $\frac{35}{604800}$

$\frac{189771}{604800}$ Fdr.

8.

189771
10
18977|10 | 6048|00
833 10 | 3 Ohm, 1 Vrtl., 3 Mß., $3\frac{47}{70}$ S.
12
9997|20
3949 20
6
23695|20
5551|20
4
22204|80
40608 0 — 8640
6048 00 = $\frac{47}{70}$ S.

Dritte Art.

1.

$\frac{2}{9_3} \times \overset{40}{128}$ Vrtl. $= \frac{80}{3}$ Vrtl.

2.

$\frac{5}{6} \times \overset{2}{12}$ Vrtl. $= 10$ Vrtl.

3.

$\frac{1}{3}$ Mß. $: 6 = \frac{1}{18}$ Vrtl.

4.

$\frac{2}{5}$ Mß. $: \overset{3}{6} = \frac{1}{15}$ Vrtl.

5.

$\frac{1}{6}$ S. $: 24 = \frac{1}{144}$ Vrtl.

6.

Vrtl.

$\frac{80}{3}$ (1680 134400

10

$\frac{1}{7}$ (720 720

$\frac{5}{7}$ (720 3600

5040.) $\frac{1}{18}$ (280 280

$\frac{1}{15}$ (336 336

$\frac{1}{144}$ (35 $\frac{35}{5040}$

27 herüberg.

37 Vrtl. $\frac{139371}{5040}$ Vrtl. = 27 V.,

3 M., $3\frac{47}{70}$ S.

7.

37 Vrtl.	12
1 Vrtl.	3 Ohm

§. 154.

Noch sind uns 4 Fälle der Division (Lit. C. D, F und G im §. 138) übrig.

1.) In dem sub lit. C. angegebenen Fall, wenn nämlich die Dividende zwar einsortig, der Divisor aber benannt, einsortig und ungleichnamigt-gleichartig ist, macht man beyde nach dem vorigen §. gleichnamigt, und dividirt dann, wie gewöhnlich.

Beyspiel:

Ein Menschenfreund theilt in theurer Zeit 1 $\frac{3}{16}$ Mltr. glatte Frucht (D. M.) unter eine gewisse Anzahl Arme aus. Es erhält ein jeder 3 $\frac{4}{5}$ Brl. wie viel Arme waren es?

Antwort: 10.

Erste Art.

1.

$$\frac{1\ \frac{3}{16}\ \text{Mltr.}}{\frac{19}{16} \times 32^{2}\ \text{Brl.} = 38\ \text{Brl.}}$$

2.

$$38\ \text{Brl.} : \tfrac{19}{5} = 38^{2}\ \text{B.} \times \frac{5}{19} = 10.$$

Zweite Art.

1.

$$\frac{3\ \frac{4}{5}\ \text{Brl.}}{\frac{19}{5}\ \text{Brl.} : 32 = \frac{19}{160}\ \text{Mltr.}}$$

2.

$$\tfrac{19}{16}\ \text{Mltr.} : \tfrac{2}{160}\ \text{Mltr.} = \frac{19}{16} \times \frac{160^{10}}{19} = 10.$$

2.) Ist die Dividende entweder einsortig und der Divisor mehrsortig, oder die erstere mehrsortig und der letztere ein- oder ebenfalls mehrsortig; so müssen in allen 3 Fällen die Dividende sowohl als der Divisor, nach §. 152, auf Eine Sorte gebracht werden, worauf ganz gewöhnlich dividirt werden kann.

Beyspiele:

1.) Unter ein Regiment Soldaten werden 2379 Rthlr. gleich ausgetheil; jeder Mann erhält $3\frac{1}{5}$ Rthlr. und $2\frac{1}{2}$ g.gr.; wie viel Mann sinds?

Antwort: 720.

Erste Art.

1.

$3\frac{1}{5}$ Rthlr.

$\frac{16}{5} \times 24$ g.gr. $= \frac{384}{5}$ g.gr.

2.

g.gr.

$\frac{384}{5}$ 2 $\frac{768}{5}$

$2\frac{1}{2}$ g.gr. $= \frac{5}{2}$ (5 $\frac{25}{10}$

$\frac{793}{10}$ ggr.

3.

2379 × 24 g.gr. = 57096 g.gr.

4.

57096 g.gr. : $\frac{793}{10}$ g.gr. = 57096 × $\frac{10}{793}$

= $\frac{570960}{793}$ = 720.

Zweite Art.

$\frac{5}{2}$ g.gr. : 24 = $\frac{5}{48}$ Rthlr.

2.

Rthlr.

$\frac{5}{48}$ (5 $\frac{25}{240}$

$\frac{16}{5}$ (48 $\frac{768}{240}$

$\frac{793}{240}$ Rthlr.

3.

2379 Rthlr. : $\frac{793}{240}$ Rthlr. = $2379 \times \frac{240}{793}$

= 720.

2.) Eine Anzahl Burger kauft dem fliehenden Feind den Rest eines Fruchtmagazins, der nicht mehr fortgebracht werden kann, ab. Es besteht derselbe in 436 $\frac{1}{4}$ Mltr, und $\frac{10}{11}$ Sri. Roggen (D. Meß), wovon ein jeder jener Burger bey der

gleichen Vertheilung 23 $\frac{3}{11}$ Sri. erhaltet; wie viel Bürger waren es?

Antwort: 150 Burger.

Erste Art.

1.

$$\frac{436\frac{1}{4}\text{ Mltr.}}{\frac{1745}{4}\times {}^{2}8\text{ Sr.} = 3490\text{ Sr.}}$$

2.

$$\frac{3490\ \frac{10}{11}\text{ Sri.}}{38400}$$

$$\frac{}{11}$$

3.

$$\frac{38400}{11}\text{ Sri.} : \frac{256}{11}\text{ Sri.} = \frac{38400}{11}\times\frac{11}{256} =$$

$$\frac{38400}{256} = 150.$$

Zweite Art.

1.

$$\frac{\frac{32}{256}\text{ Sr.} : 8 = \frac{32}{11}\text{ Mltr.}}{11}$$

2.

$\frac{1045}{11}$ Str. : 8 = $\frac{10}{88}$ Mtr.

3.

Mtr.

$\frac{1745}{41}$ (22 | $\frac{38390}{88}$

$\frac{10}{88}$ (1 $\frac{16}{88}$

$\frac{38400}{88}$ Mtr.

4.

$\frac{38400}{88}$ Mtr. : $\frac{32}{11}$ Mtr. = $\frac{38400}{88_8} \times \frac{11}{32}$ (1200)

$\frac{1200}{8}$ = 150.

3.) $\frac{2}{2\frac{1}{1}}$ Entr. und 5/7 ℔ kosten 1 fl; wie viel Kreuzer werden $3\frac{1}{5}$ ℔ und $6\frac{2}{7}$ Lth. kosten?

Antwort: 19 $\frac{389}{430}$ kr.

Erste Art.

1.

$\frac{16}{5}$ × 32 Lth. = $\frac{512}{5}$ Lth.

2.

Lth.

$5\frac{1}{5}^2$ (7 $\frac{3584}{}$

$\frac{44}{7}$ (5 $\frac{220}{35}$

$3\frac{804}{35}$ Lth.

3.

$\frac{2}{21} \times 3200$ Lth. = $\frac{6400}{21}$ Lth.

4.

$\frac{5}{7} \times 32$ Lth. = $\frac{160}{7}$ Lth.

5.

Lth.

$\frac{6400}{21}$ (1 $\frac{6400}{}$

$\frac{160}{7}$ (3 $\frac{480}{21}$

$\frac{5880}{21}$ Lth.

6.

$3\frac{804}{35}$ Lth. : $\frac{6880}{21}$ Lth = $\frac{3804}{35} \times \frac{21}{6880}$ =

$\frac{2853}{8600}$ fl = 19 $\frac{380}{430}$ kr.

Zweite Art.

1.

$\frac{16}{5}$ Pfd. : $\frac{25}{100} = \frac{4}{12\frac{4}{5}}$ Entr.

2.

$\frac{44}{7}$ Lth. : $\frac{11}{800} = \frac{11}{5600}$ Entr.

3.

Entr.

28000) $\frac{4}{125}$ (224 $\frac{896}{}$

$\frac{11}{5600}$ (5 $\frac{55}{28000}$

$\frac{951}{28000}$ Entr.

5.

$\frac{5}{7}$ Pfd. : $\frac{20}{100} = \frac{1}{140}$ Entr.

6.

Entr.

$\frac{1}{140}$ (3 $\frac{3}{}$

420)

$\frac{2}{21}$ (20 $\frac{20}{420}$

$\frac{43}{420}$ Entr.

7.

$$\frac{951}{28000}\,\text{℔}. : \frac{43}{420}\,\text{℔}. = \frac{951}{28000} \times \frac{420}{43} = \frac{2853}{8600}\,\text{fl.}$$

7.

Dritte Art.

1.

$$\frac{\frac{11}{44}\,\text{Lth.}}{7} : \frac{8}{52} = \frac{11}{560}\,\text{lb.}$$

2.

lb.

$$\begin{array}{rlr} \frac{16}{5} & (56 & \frac{896}{} \\ \frac{11}{560} & (5 & \frac{55}{2800} \end{array}$$

$\frac{951}{2800}$ lb.

3.

$$\frac{2}{21} \times 100\ \text{lb} = \frac{200}{21}\ \text{lb.}$$

4.

lb.

$$\begin{array}{rlr} \frac{6}{7} & (3 & \frac{14}{} \\ \frac{200}{21} & (1 & \frac{200}{21} \end{array}$$

$\frac{215}{21}$ lb.

5.

$$\frac{951}{280}\text{ Tb} : \frac{215}{21}\text{ Tb} = \frac{951}{\underset{40}{280}} \times \frac{\overset{3}{21}}{215} = \frac{2853}{8600}\text{ Fl.}$$

Zweiter Abschnitt.

Von den einfachsten Rechnungen mit Decimalbrüchen. *)

---

§. 155.

Ein Bruch, dessen Nenner 10, 100, 1000 ꝛc. ist kurz, jeder Bruch, der zum Nenner einen Einzer nebst mehr oder weniger angehängten Nullen hat, heißt ein **Decimalbruch.**

---

*) Die Lehre von den Decimalbrüchen ist weit kürzer als die der gemeinen Brüche abgehandelt, theils, weil die vorausgegangene Ausführlichkeit des 1ten Abschnitts hier eine größere Kürze gestattete, theils, weil ich, den Gränzen des Buchs gemäß, absichtlich nur so viel geben wollte, als zum Verstehen des Folgenden unumgänglich nothwendig ist.

Die Brüche $\frac{5}{10}$; $\frac{2}{100}$; $\frac{1748}{10000}$; $\frac{17}{100000}$ ꝛc. sind daher Decimalbrüche, ein Name, der von dem lateinischen Wort: decem, zehn, herkommt weil der Nenner jedes Decimalbruchs entweder 10 selbst ist, oder aus der Multiplication der Zahl 10 in sich selbst als entstanden gedacht werden kann, indem $100 = 10 \times 10$, $1000 = 10 \times 10 \times 10$ ꝛc. ist.

§. 156.

Solche Brüche könnten nun freylich eben so, wie die gemeinen, die wir im vorigen Abschnitt kennen ge-

---

Immer ist es noch ein frommer Wunsch, und wird es wahrscheinlich noch lange bleiben, daß die Decimalrechnung auch im gemeinen Leben allgemein werden möchte, wird es so lange bleiben, bis die Eintheilung der Geld-Gewichts- und Maßsorten selbst allenthalben decimal seyn wird. Wie vielen Schwierigkeiten aber eine Aenderung hierinn unterworfen sey, zeigt zur Genüge der bey weitem noch nicht gelungene Versuch Frankreichs. Hat übrigens der Lehrer Lust, Zeit und Schüler dazu, um weiter zu gehen, als hier gegangen ist, so wird sein Scherflein, das er zur Erfüllung jenes Wunsches beyträgt, gewiß nicht zinslos verrosten. Sobald die Arbeit eines sehr geschickten Mannes unsres Vaterlands, die Einführung allgemeiner Maße betreffend, geendet, und sein Vorschlag deßhalb in Vollzug gesetzt seyn wird; sollen einige Anhangsbogen das sodann in gegenwärtiger Arithmetik Fehlende ergänzen.

lernt haben, geschrieben und behandelt werden. Da aber die Natur ihrer Nenner sehr beträchtliche Vortheile möglich macht, so hat man, um sich dieser Vortheile auf die bequemste Art bedienen zu können, eine besondere Bezeichnung für sie gewählt, vermittelst welcher sie das Aussehen ganzer Zahlen bekommen, und auch wie diese behandelt werden können.

Aus dem 2ten Abschnitt des 1ten Curses, §. 9, wird man sich noch errinnern, daß eine Ziffer, wenn sie aus einer Stelle in die nächste weiter links gesetzt wird, 10 mal mehr als in jener bedeutet. Ist z. B. a die erste Stelle

c	b	a
		3
	3	0
3	0	0

zur rechten Hand, so bedeutet der Dreier in dieser Stelle 3 Einheiten, in der Stelle b hingegen 30 Einheiten, oder 3 Zehner und in der Stelle c 300 Einheiten oder 3 Hunderter ꝛc. In a bedeutet daher der Dreier nur den zehnten Theil so viel als in b und nur den hundertsten Theil so viel als in c ꝛc.

Nimmt man nun weiter r e c h t s von a, d. h. von der Stellen der Einheiten, noch mehrere Stelle b, c, d, e ꝛc.

an

... d	c	b	a	b	c	b	c ...
			3	$\frac{3}{10}$			
		3	0		$\frac{3}{100}$		
	3	0	0			$\frac{3}{1000}$	
3	0	0	0				$\frac{3}{10000}$

so wird der Dreier, nach demselben Gesetz, in der Stelle b nur den 10ten Theil so viel, als in der Stelle a, d. h. nicht mehr 3 ganze Einheiten sondern $\frac{3}{10}$ Einheiten, und eben so in der Stelle c nur den hundertsten Theil so viel, als in a, d. h. $\frac{3}{100}$ bedeuten ꝛc.

Hieraus ergibt sich, daß man den Nenner der Decimalbrüche weglassen kann, sobald man auf irgend eine Art bemerkt, wo die Stelle der ganzen Einheiten ist. Dieß geschieht durch ein Comma, welches hinter die Einheiten gesetzt wird. Hätte man z. B. die aus einer ganzen Zahl und einem eigentlichen Decimalbruch bestehende vermischte Zahl $12\frac{5589}{10000}$, so würde sie auf folgende Art können geschrieben werden

12,5589.

Das Comma zeigt an, daß da, wo der Zweier steht, die Stelle der ganzen Einheiten, mithin der erste Fünfer weiter rechts $= \frac{5}{10}$, der zweite Fünfer $= \frac{5}{100}$, der Achter $= \frac{8}{1000}$ und der Neuner $= \frac{9}{10000}$ ist. Bringt man diese vier Brüche zu gleicher Benennung, und addirt sie zusammen,

$\frac{5}{10}$ (1000 $\frac{5000}{10000}$

$\frac{5}{100}$ (100 $\frac{500}{10000}$

$\frac{8}{1000}$ (10 $\frac{80}{10000}$

$\frac{9}{10000}$ (1 $\frac{9}{10000}$

---

so erhält man wieder $\frac{5589}{10000}$, und ersieht hieraus, daß jene obige Art, den Bruch zu bezeichnen, vollkommen richtig ist.

Sollte mann auf diese Art den eigentlichen Decimalbruch $\frac{71}{100}$ schreiben; so muß an die Stelle der ganzen Einheiten, weil keine da sind, eine Null, hinter diese das Comma und diesem zur Rechten der Zähler, 71, geschrieben werden. Es ist $\frac{71}{100} = 0,71$.

Wäre aber der zu schreibende eigentliche Decimalbruch $\frac{41}{10000}$, so muß der Vierer, weil er $\frac{4}{1000}$ bedeuten soll, in die 3te und der Einser, weil er $\frac{1}{10000}$ bedeuten soll, in die 4te Stelle hinter das Comma zu stehen kommen, und folglich müssen die 1te und 2te Stelle hinter demselben mit Nullen ausgefüllt werden.

Es ist $\frac{41}{10000} = 0,0041$.

Hinter dem Comma müssen daher immer eben so viele Ziffern folgen, als der Nenner des Decimalbruchs Nullen hat. So viele Ziffern im Zähler weniger sind, eben so viele Nullen müssen vor dieselben zunächst nach dem Comma gesetzt werden.

Ein uneigentlicher Decimalbruch, z. B. $\frac{145678}{1000}$, wird geschrieben, wenn man von seinem Zähler, von der Rechten gegen die Linke, so viele Ziffern abschneidet, als

der Nenner Nullen hat, und die abgeschnittenen hinter, die übrigen Ziffern aber vor das Comma setzt.

Es ist $\frac{145678}{1000} = 145{,}678$,

denn durch das Abschneiden der Ziffern, 678, wird ja in den Zähler, 145678 (nach §. 123 u. 71) mit dem Nenner 1000 dividirt, und dadurch die Ganzen, 145, und der angehängte Bruch, $\frac{678}{1000}$, erhalten.

Eine ganze Zahl endlich, z. B. 17, wird in der Form eines Decimalbruchs ausgedruckt, wenn man hinter dieselbe ein Comma und hinter dieses beliebig viele Nullen setzt.

Es ist $17 = 17{,}0000 = 17{,}00$.

Diesem allem zu Folge ist

$1\frac{3}{10} = 1{,}3$.
$5\frac{66}{100} = 5{,}66$.
$7\frac{3}{100} = 7{,}03$.
$145\frac{405}{10000000} = 145{,}0000405$.
$\frac{5}{10} = 0{,}5$.
$\frac{7}{100} = 0{,}7$.
$\frac{1809}{100000} = 0{,}03809$.
$\frac{178456}{10} = 17845{,}6$.
$\frac{1892}{100} = 18{,}92$.
$13 = 13{,}000$.
$7 = 7{,}00$.
$1 = 1{,}000000$.

Die hinter dem Comma stehenden Ziffern nennt man Decimalziffern oder Decimalstellen.

§. 157.

Die erste Vorbereitungsaufgabe in Decimalbrüchen ist: Einen auf die bisher vorgetragene Art geschriebe-

nen Decimalbruch in einen gemeinen Bruch zu verwandeln. Dieß wird bewerkstelligt, wenn man den hinter dem Comma befindlichen Ziffern, mit Weglassung der etwa zunächst auf dasselbe folgenden Nullen, ihren Nenner wirklich unterschreibt (und diesen Bruch so sehr als möglich verkleinert). Der Nenner aber ist (nach §. 156) immer = 1 mit so viel angehängten Nullen, als es Decimalstellen sind, mithin ist

$$0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$0{,}0008 = \frac{8}{10000} = \frac{1}{1250}$$

$$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0{,}3124 = \frac{3124}{10000} = \frac{781}{2500}$$

Stehen Ganze vor dem Comma, so kann entweder eben o verfahren werden, wodurch dann wiederum eine vermischte Zahl entsteht; oder man zieht, nach Weglassung des Commas unter alle Ziffern einen Strich, und setzt den Nenner des Decimalbruchs unter denselben. Hierdurch entsteht, nach möglichster Verkleinerung, ein uneigentlicher gemeiner Bruch.

Es ist

$$7{,}35 = 7\,\frac{35}{100} = 7\,\frac{7}{20}.$$

$$\text{oder } 7{,}35 = \frac{735}{100} = \frac{147}{20}.$$

$$3{,}08 = 3\,\frac{8}{100} = 3\,\frac{2}{25}.$$

$$\text{oder } 3{,}08 = \frac{308}{100} = \frac{77}{25}.$$

§. 158.

Die zweite Vorbereitungsaufgabe ist der in vorigen §. gerade entgegengesetzt. Nach ihr soll eine gemeine gebrochene Zahl in einen Decimalbruch verwandelt werden. Wie man ganze Zahlen in Decimalbruchform auszudrücken habe, lernten wir bereits im §. 156. Bey den gemeinen gebrochenen Zahlen unterscheiden wir folgende Fälle:

1.) Ist es ein gemeiner eigentlicher Bruch, so schreibt man in die Stelle der Einheiten eine Null und hinter dieselbe das gewöhnliche Comma, hängt an den Zähler beliebig viele Nullen, und dividirt darein mit dem Nenner. Der Quotient giebt die Stellen des Decimalbruchs.

Hierbey ist jedoch wohl zu bemerken, daß für die 2te, 3te ꝛc. Null, die man an den Zähler anhängen muß, damit er größer als der Nenner wird, in den Quotienten eine Null gesetzt werden muß. Im 2ten und 3ten Beyspiel wird dieß der Fall seyn. Der Grund davon soll sogleich angegeben werden.

$\frac{3}{16}$ = 0,1875; denn

30000	16
16 ···	0,1875
140	
128	
120	
112	
80	
80	
0	

$\frac{3}{160}$ = 0,024; denn

3000	125
250	0,024
500	
500	
0	

$\frac{3}{128}$ = 0,0078125; denn

100000000	128
896 ·····	0,0078125
1040	
1024	
160	
128	
320	
256	
640	
640	
0	

Daß man auf diese Art einen Decimalbruch, welcher dem gegebenen gemeinen Bruch gleicht, erhalte, erhellt vollkommen aus §. 150. Verwandelt man nach ihm den Bruch des zweiten Beyspiels, $\frac{3}{125}$, in einen Bruch, dessen Nenner 1000 ist, so wird daraus auch begreiflich, warum für die zweite Null, die an 3 angehängt werden muß, um mit 125 dividiren zu können, in den Quotienten eine Null zu setzen ist; denn es ist nach der Regel jenes §.

$$\frac{3}{125} = \frac{\frac{3 \times 1000}{125}}{1000} = \frac{\frac{3000}{125}}{1000} =$$

$\frac{24}{1000}$ (nach §. 156) = 0,024.

2.) Ist der zu verwandelnde gemeine Bruch ein uneigentlicher, so sucht man aus ihm die Ganzen, nach §. 123, schreibt hinter dieselben das Comma, und hinter dieses, wenn bey der Division kein Rest bleiben sollte (nach §. 156.) beliebig viele Nullen. Bleibt aber ein Rest übrig, so wird, da dieser der Zähler des Bruchs der vermischten Zahl ist, nach N°. 1 verfahren, d. h. es werden beliebig viele Nullen an ihn gehängt, und mit dem Nenner weiter dividirt.

Beyspiele:

$\frac{18}{3}$ = 6,000; denn

18 | 6
18 | ———
—— | 3
0

$\frac{140}{25} = 5{,}6$; denn

240 | 25
125 | 5,6
140
150
0

$\frac{200}{64} = 3{,}125$; denn

200 | 64
192 | 3,125
80
64
160
128
320
320
0

3.) Ist endlich die zu verwandelnde gebrochene Zahl eine vermischte, so setzt man hinter die Ganzen derselben das Comma, und verwandelt den angehängten eigentlichen Bruch nach N°. 1.

Beyspiele:

$13\frac{4}{5} = 13{,}8$; denn

40 | 5
40 | 8
0

$7\frac{5}{16} = 7{,}3125$; denn

```
50000 | 16
48    | ----
----  | 3125
  20
  16
----
  40
  32
----
  80
  80
----
   0
```

Nicht immer aber gibt es einen Decimalbruch, der dem gegebenen gemeinen Bruch vollkommen gleicht. In diesem Fall geht die Division, man mag auch so viel Nullen anhängen als man will, doch niemals auf. So ist

$\frac{5}{9} = 0{,}555$ ꝛc. ohne Ende.

```
5000 | 9
45   | ----
---- | 555 ꝛc.
  50
  45
----
  50
  45
----
   5 ꝛc.
```

und $\frac{7}{11} = 0{,}636363$ ꝛc. ohne Ende

```
7000000 | 11
66      |-----------
-----   | 636363 ꝛc.
  40
  33
 ----
   70
   66
 ----
    40
    33
  -----
     7 ꝛc.
```

Man merke sich hierbey Folgendes:

1.) Sobald man beym Verwandeln eines gemeinen Bruchs in einen Decimalbruch zum zweitenmal den nämlichen Rest erhält, so wiederholen sich die Decimalstellen ohne Ende in der schon bekannten Ordnung.

2) Hat der gemeine Bruch, der verwandelt werden soll, 2, 4, 18, 16, 32 ꝛc. oder 5, 25, 125, 625 ꝛc. zum Nenner, so gibt es einen Decimalbruch, der ihm vollkommen gleicht. Hat er aber einen andern Nenner, so kann er nie ganz genau durch einen Decimalbruch ausgedruckt werden. Je mehr man aber Decimalstellen sucht, desto mehr nähert man sich dem wahren Werth

des gemeinen Bruchs, und nennt deswegen auch dieses Verfahren das Finden durch Annäherung.

3.) Je mehr man Stellen von einem Decimalbruch, er mag nun dem gemeinen vollkommen gleichen, oder nicht, auf der rechten Seite wegläßt, desto mehr verliehrt man vom Werth des letztern. In den meisten Fällen ist es jedoch vollkommen hinlänglich, wenn man die gemeinen Brüche bis auf 10000stel durch einen Decimalbruch ausdruckt, indem alsdann um kein ganzes Zehntausendstel der Einheit gefehlt wird. Ist aber diese Einheit an und für sich sehr beträchtlich, z. B. 1 Jahrtausend, und müssen, der Natur der Frage nach, mit dem Decimalbruch mehrere Veränderungen, hauptsächlich durch Multiplication und Division vorgenommen werden, so genügt diese Genauigkeit noch nicht, sondern man muß noch mehrere Decimalstellen beyfügen. Diese Fälle sind aber sehr selten.

Eine abgekürzte Art jeden gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln kommt im §. 170 vor.

§. 159.

Wer die Aufgabe des vorigen §. aufzulößen im Stande ist, für den ist die 3te Vorbereitungsaufgabe im Grunde nichts Neues. Ihr Gegenstand ist, eine benannte gan-

ze Zahl einer niedrigern Sorte in einen Decimalbruch einer höhern zu verwandeln. Es geschieht dieß, wenn man eine solche ganze Zahl zuerst, nach §. 124, in einen gemeinen Bruch der verlangten höhern Sorte, und sodann diesen nach §. 158, in einen Decimalbruch verwandelt.

Beyspiel:

1.) Welchem Decimalguldenbruch gleicht der Laub-Thlr?

Antwort: dem Bruch 2,75 fl.

Es ist ein Lbthlr. = 2 fl 45 kr. = $2\frac{45}{60}$ fl
$= 2\frac{3}{4}$ fl $= \frac{11}{4}$. fl

11	4
8	2,75
30	
28	
20	
20	
0	

2.) Welchem Decimalohmbruch gleichen 3 Mß. (D. E.)

Antwort: dem Bruch 0,041666 ꝛc. Ohm.

Es sind 3 Mß $= \frac{3}{72}$ Ohm $= \frac{1}{24}$ Ohm.

100000	24
96	0,041666 ꝛc.
40	
24	
160	
144	
160 ꝛc.	

3.) Welchem Decimalbruch gleichen 2 Mßle (glatte Frucht, D. M.) ?

Antwort: dem Bruch 0, 125 Sr.

Es sind 2 Mßle $= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ Sri.

1000	8
20	0,125
40	
0	

4.) Welchem Decimallothbruch 7 Gran?

Antwort: dem Bruch 0,029166 ꝛc.

Es sind 7 Gr. $= \frac{7}{240}$ Lth.

700000	240
480	0,029166 ꝛc.
2200	
2160	
400	
240	
1600	
1440	
160 ꝛc.	

§. 160.

Auch der Werth eines Decimalbruchs einer höhern Sorte in einer niedrigern wird in der 4ten Vorbereitungsaufgabe ganz auf die nämliche Art, wie der Werth eines

gemeinen Bruchs (§. 125.) gefunden. Man multiplicirt die Decimalstellen, d. i. den Zähler des Bruchs mit der Eintheilungszahl und schneidet vom Produkt, von der Rechten gegen die Linke so viele Stellen durchs Comma ab, als der gegebene Decimalbruch hat, denn hierdurch dividirt man ja mit dem Nenner desselben. *)

Beyspiele:

1.) Wie viel Kreuzer machen 0,71 fl. ?

Antwort: 42, 60 kr.

71
60

42,60 kr.

2.) Wie viel sind 0,0921 Rthlr. (Oberf.) Pfennige?

Antwort: 26,5248 ₰.

921
288

7368
7368
1842

26,5248 ₰.

Ist der Decimalbruch eine vermischte Zahl, d. h. stehen vor dem Comma noch eine oder mehrere ganze Zahlen,

---

*) Das in der Anmerkung zu §. 125. Gesagte gilt auch hier.

so läßt man das Comma weg, und multiplicirt auch die letztern, als wenn sie mit den Decimalstellen eine ganze Zahl ausmachten, mit der Eintheilungszahl. Vom Produkt werden wiederum eben so viel Stellen abgeschnitten, als anfänglich hinter dem Comma standen.

Beyspiel:

Wie viel kr. sind 7,024 fl?

Antwort: 421,440 kr.

7024
60

421,440 kr.

An diesem Beyspiel wollen wir die Richtigkeit dieses Verfahrens erproben.

Es ist 7,024 fl. = $7\frac{24}{1000}$ fl. $\frac{7024}{1000}$ fl; daher

7024
60

421|440|1|000
|---
|421 $\frac{440}{1000}$ fl.

Ist der eigentliche Decimalbruch so klein, d. i. folgen auf das Comma so viele Nullen, daß das Produkt der Eintheilungszahl in die wirklichen Ziffern des Decimalbruchs nicht aus so viel Ziffern besteht, als man ab-

schneiden sollte, so müßen diese fehlenden Stellen mit Nullen ergänzt werden.

1.) Wie viel Sr. sind 0,00009 fl?

Antwort: 0,02160 Sr.

9
240

0,02160 Sr.

2.) Wie viel Schpp. sind 0,00003 Mß?

Antwort: 0,00012 Schpp.

3
4

0,00012 Schpp.

3.) Wie viel Sri. 0,09 Mltr. (gl. Fr., D. M.)?

Antwort: 0,72 Sri.

9
8

0,72 Sri.

§. 161.

Wie wir im §. 151 verfahren sind, um einen gemeinen Bruch einer niedrigern Sorte in einen Bruch einer hö-

hern zu verwandeln, eben so wird auch bey Decimalbrüchen, in der 5ten Vorbereitungsaufgabe zu Werk gegangen. Man schreibt dem Decimalbruch seinen Nenner wirklich unter, multiplicirt ihn mit der Eintheilungszahl, und verwandelt, den dadurch entstehenden gemeinen Bruch, wieder in einen Decimalbruch. Läßt sich aber der Zähler, wie im 2ten und 3ten Beyspiel, durch die Eintheilungszahl ohne Rest dividiren, so wählt man allerdings diese bequemere Divisionsart, weil dadurch der Decimalbruch nicht verlohren geht.

Beyspiel:

1.) Welchem Decimalguldenbruch gleichen 0,97 kr.?

Antwort: dem Bruch 0,016166 ꝛc.fl

1.

$\frac{97}{100}$ kr. : 60 kr. = $\frac{97}{6000}$ fl.

2.

9700	6|000
37	0,016166 ꝛc.
10	
40	
4 ꝛc.	

2.) Welchem Decimalfuderbruch (D. E.) 0,70 Ohm?

Antwort: dem Bruch 0,07 Fdr.

$\frac{70}{100}$ Ohm: 10 Ohm = $\frac{7}{100}$ Fdr. = 0,07 Fdr.

3.) Welchem Decimalmalterbruch (D. M., r. Fr.) 7,20 Sri. ?

Antwort: dem Bruch 0,72 Mltr.

$\frac{720}{100}$ Sri. : 10 Sri. = $\frac{72}{100}$ Mltr. = 0, 72 Mltr.

Da an jeden Decimalbruch, ohne daß dadurch sein Werth geändert würde, auf der rechten Seite so viele Nullen angehängt werden können, als man will, indem ia

0,3 = 0,30 = 0,300 seyn muß, weil

$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000}$ ist;

so wird man leicht begreifen, daß die vortheilhaftere Divisionsart, nämlich in den Zähler zu dividiren, in sehr vielen Fällen dennoch angebracht werden kann, wenn auch die Eintheilungszahl in dem unmittelbar gegebenen Zähler des Decimalbruchs nicht, aber doch in 10,100 ꝛc. aufgeht, indem man alsdann nur so viele Nullen, als erforderlich sind, anhängen darf.

Hätte es im 2ten und 3ten Beyspiel statt 0,70 Ohm und 7,20 Sri. geheißen 0,7 Ohm und 7,2 Sri., so hätte man an diese beyden Brüche nur eine Null anhängen dürfen, um mit der Eintheilungszahl 10 ohne Rest dividiren zu können. Wir wollen diesen Vortheil noch in einigen Beyspielen üben, zuerst aber bemerken, daß 2 in 10,100 ꝛc. 4 in 100,1000 ꝛc. 8 in 1000,10000 ꝛc. 16 in 10000 ꝛc. aufgeht.

Beyspiele:

1.) Was für einem Decimal-Dreibätznerbruch gleichen 0,7 Sechser?

Antwort: dem Bruch 0,35 Dreibätzner.

0,7 Sechser = 0,70 S. = $\frac{70}{100}$ S;
$\frac{70}{100}$ S. : 2 S. = $\frac{35}{100}$ = 0,35 Dreib:

2.) Welchem Decimal-Kreuzerbruch 3,9 kr.?

Antwort: dem Bruch 0,975 kr.

3,9 kr = 3,900 kr = $\frac{3900}{1000}$ kr.

$\frac{3900}{1000}$ kr : 4 kr = $\frac{975}{1000}$ = 0,975 kr.

3.) Welchem Decimal-Mariengroschenbruch 1,3 kr?

Antwort: dem Bruch 0,1625 M. gr.

1,3 kr = $\frac{13}{10}$ kr = $\frac{13000}{10000}$ kr;

$\frac{13000}{10000}$ kr. : 8 kr = $\frac{1625}{10000}$ = 0,1625 M.gr.

4.) Was für einem DecimalSesterbruch (Lahrer Meß) 2,7 Mßle?

Antwort: dem Bruch 0,16875 Sr.

2,7 Mßle. = $\frac{27}{10}$ = $\frac{270000}{100000}$ Mßle;

$\frac{270000}{100000}$ Mßle : 16 Mßle $\frac{16875}{100000}$ =
= 0,16875

5.) Welchem Decimal-Pfundbruch 0,11Lth?

Antwort: dem Bruch 0,0034375 lb.

$0{,}11\ \text{Lth.} = \frac{11}{100}\ \text{Lht.} = \frac{1100000}{10000000}$

$\frac{1100000}{10000000}\ \text{Lth.} : 32\ \text{Lth} = \frac{34375}{10000000} =$

$= 0{,}0034375\ \text{lb.}$

§. 162.

Wie man aus einem uneigentlichen, in gewöhnlicher Bruchform ausgedruckten Decimalbruch die Ganzen zieht, oder ihn in eine vermischte Zahl verwandelt, kam bereits im §. 156, so wie die umgekehrte Aufgabe, eine in Decimalbruchform ausgedruckte vermischte Zahl in einen uneigentlichen Decimalbruch von gewöhnlicher Bruchform zu verwandeln, im §. 157 vor. Diese beyden Aufgaben fallen also hier gänzlich weg. Auch von dem Verkleinern der Decimalbrüche war schon am Ende des §. 158 die Rede. Da aber hierbey doch noch einiges zu errinnern ist, so mag dasselbe unter dem Namen der 6ten Vorbereitungsaufgabe hier seine Stelle finden.

1.) Wenn die letzte oder die Decimalstellen Nullen sind, so können sie, ohne daß der Werth des Bruchs dadurch verändert wird, weggelassen werden.

Es ist $0{,}17000 = 0{,}1700 = 0{,}170 = 0{,}17$.

2.) Sind die letzten Decimalstellen hingegen wirkliche Ziffern, so wird der Bruch durch ihre Weglassung nicht blos dem Ausdruck, sondern auch dem Werth nach kleiner.

Es ist 0,5416 größer als 0,54 und 0,13 größer als 0,1.

3.) Die Weglassung einer vom Comma weit entfernten Decimalstelle hat weniger zu bedeuten, als wenn die Decimalstelle dem Comma näher steht. Wird z. B. bey den beydeu Brüchen 0,72 und 0,41352 die letzte Decimalstelle, 2, weggelassen, so verliehrt hiedurch der erste Bruch ungleich mehr von seinen Werth als der letzte, denn der erste wird um $\frac{2}{100}$, der letztern nur um $\frac{2}{100000}$ kleiner.

4.) Je größer die Ziffer ist, die weggelassen wird, desto größer ist natürlicher Weise auch der Fehler, der jedoch dadurch verringert werden kann, daß man, wenn die weggelassene Ziffer größer als 5 ist, die unmittelbar weiter auf sie links folgende um 1 vermehrt. Gesetzt man wollte von dem Decimalbruch 0,5178 die letzte Ziffer 8 weglassen, um nur 3 Decimalstellen zu haben, so würde der Fehler kleiner seyn, wenn man 0,518 schriebe. Ist aber die weggelassene Ziffer kleiner als 5, so würde durch Vermehrung der darauf folgenden der Fehler größer werden, als wenn man sie geradezu wegläßt, und ist sie 5 selber, so ist der Fehler auf jeder Art gleich groß, indem $\frac{5}{100}$ die Hälfte von $\frac{1}{100}$, $\frac{5}{1000}$ die Hälfte von $\frac{1}{1000}$ ꝛc. ist.

§. 163.

Die 7te und letzte Vorbereitungsaufgabe, Decimalbrüche zu gleicher Benennung zu bringen, ist in eben dem Grade leicht, als die nämliche Anfgabe in gemeinen Brüchen beschwerlich ist.

Da nach §. 161, an jeden Decimalbruch auf der rechten Seite beliebig viele Nullen angehängt werden können; so besteht das ganze Geschäft darinn, daß man allen Decimalbrüchen, welche zu gleicher Benennung gebracht werden sollen, durch Anhängung von Nullen an die, welche weniger Stellen haben, gleichviel Decimalstellen giebt.

Beyspiel:

Die zu gleicher Benennung zu bringende Decimalbrüche seyen 1,3; 6,27; 3,1; 0,551; 0,7210003; 1,1000009: so ist

1,3	=	1,3000000
6,27	=	6,2700000
3,1	=	3,1000000
0,551	=	0,5510000
0,7210003	=	0,7210030
1,1000009	=	1,1000009

Ja man braucht nicht einmal die Nullen wirklich anzuhängen, sondern es ist hinlänglich, wenn man nur die Decimalstellen, wie dieß in der 1ten Columne geschehen

ist, pünktlich, die Zehntel unter Zehntel, die Hundertstel unter Hundertstel ꝛc. untereinander schreibt.

§. 164.

Von der Addition.

Sollen Decimalbrüche addirt werden, so bringt man sie nach dem vorigen §. zu gleicher Benennung, und addirt sie dann, als ob es ganze Zahlen wären. Hierbey hat man den großen Vortheil, daß wenn man in der Summe das Comma an dieselbe Stelle setzt, in welcher es in den addirten Brüchen steht, die Ganzen der Summe sogleich abgesondert erscheinen.

Beyspiel:

Ein Buchhalter hat zu summiren $3\frac{4}{5}$ fl, $\frac{6}{7}$ fl, $11\frac{17}{20}$ fl, $\frac{2}{5}$ fl, $5\frac{1}{13}$ fl und 7 fl. Er kennt die Decimalbrüche, die diesen gemeinen Brüchen theils vollkommen, theils doch beynahe gleichen, welches wird die Summe seyn, die er findet?

Antwort: 29 fl 11 kr. 0,1744 ℔

fl.	
3,	8
0,	85714
11,	85
0,	6
5,	07692
7,	
29,	18406 fl
	60
11,04360	kr.
	4
0,17440	℔

Offenbar eine sehr vortheilhafte Rechnung! Allein woher kennt der Buchhalter die Decimalbrüche? Wird nicht, wenn er sie erst, nach §. 158, suchen muß, die Weitläuftigkeit dieses Verfahrens den Vortheil aufwiegen? Ich antworte: Sind viele Brüche zu addiren, und haben sie alle oder doch die meisten verschiedene Primzahlen zu Nennern; so wird ihre Verwandlung in Decimalbrüche weniger Mühe und Zeit erfordern, als wenn man sie auf dem gewöhnlichen Wege des §. 126 zu gleicher Benennung bringen wollte. Zudem hat man Tafeln, in welchen sehr viele gemeine Brüche in Decimalbrüchen ausgedruckt sind. Dergleichen enthalten meines Vaters, W. Fr. Wucherers Beyträge zum allgemeinern Gebrauch der Decimalbrüche, Carlsruhe, 1795.

Von der Multiplication.

§. 165.

Ein Decimalbruch wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, wenn man auch ihn als eine ganze Zahl betrachtet, nach vollbrachter Multiplication aber vom Product so viele Ziffern von der Rechten zu Linken abschneidet, als er Decimalstellen hat.

Beyspiele:

1.) Wenn 1 ℔ 3,56 fl kosten, wie viel kosten 5 ℔?

Antwort: 21 fl 21,6 kr.

3,56 fl
6 mal

21,36 fl
60 (§. 160.)

21,60 kr.

2.) 1 Mß kostet 0,635 Rthlr. (Oberf.) wie viel kosten 17 Mß.?

Antwort: 10 Rthlr. 19,08 g.gr.

0,635 Rthlr.
17 mal

4445
635

10,795 Rthlr.
24 (§. 160.)

3180
1590

19,080 g.gr.

Die Richtigkeit der angegebenen Multiplicationsregel leuchtet sogleich ein, sobald man den zu multiplicirenden Decimalbruch in gewöhnlicher Bruchform ausdruckt, und sodann nach §. 128 verfährt.

Im 1ten Beyspiel ist

$3{,}56 = \frac{356}{100}$ und

$\frac{356}{100} \times 6 = \frac{356 \times 6}{100} = \frac{2136}{100}$

21|36 | 21 $\frac{36}{100}$

Deßgleichen im 2ten Beyspiel

$0{,}635 = \frac{635}{1000}$ und

$\frac{635}{1000} \times 17 = \frac{635 \times 17}{1000} = \frac{10795}{1000}$

10|795 | 10 $\frac{795}{1000}$

Ist aber der Decimalbruch zu klein, als daß das Produkt der wirklichen Ziffern desselben in die ganze Zahl so viel Nullen haben könnte, als abgeschnitten werden sollen; so werden, wie wir es im §. 160 gemacht haben, die fehlenden Stellen an der linken Seite mit Nullen ergänzt, und sodann erst in die Stelle der Einheiten die Null mit dem Comma geschrieben.

Beyspiel:

Ein Rechner läßt in einer Addition den Bruch 0,006 Louisd'ors 12 mal weg, wie viel beträgt sein Fehler in kr. und ₰ ?

Antwort: 47 kr. 2,08 ₰

0,006 L.
12

0,072 L.
11

72
72

0,792 fl
60

47,520 kr.
4

2,080 ₰

} §. 160.

Wir bemerken noch folgende 2 wichtigen Vortheile:

1.) Mit den ganzen Zahlen 10, 100, 1000 ꝛc. wird ein Decimalbruch multiplicirt, wenn man das Comma desselben um eben so viele Stellen weiter gegen die Rechte setzt, als der Multiplicator Nullen hat. Es ist

3,1467 × 10 = 31,467;
16,551 × 100 = 1655,1;
0,00235 × 10000 = 23,5;

Hat der Bruch eben so viele Decimalstellen, als der Multiplicator Nullen hat, so fällt das

Comma ganz weg, und die Decimalstellen werden zu Ganzen. Es ist

$$0{,}31 \times 100 = 31$$

Der Nenner 100 fällt weg, und der Zähler 31 wird zu Ganzen (§. 128.) Hat endlich der Bruch weniger Decimalstellen als der Multiplicator Nullen, so müssen die fehlenden auf der rechten Seite mit Nullen ergänzt werden. Es ist

$$0{,}31 \times 10000 = 3100.$$

2.) Dieser in N°. 1 vorgetragene Vortheil läßt sich noch weiter, auf alle ganze Zahlen ausdehnen, die am Ende Eine oder mehrere Nullen haben. Denn da man solche Zahlen immer als Produkte ansehen kann, deren einer Factor 10, 100, 1000 ꝛc. ist, so läßt man bey der Multiplication die Nullen weg, und multiplicirt am Ende das Produkt durch Versetzung des Commas, nach N°. 1, noch mit 10, 100 ꝛc. So ist z. B. weil $3000 = 3 \times 1000$,

$$0{,}39654 \times 3000 = 1{,}18962 \times 1000 =$$
$$= 1189{,}62.$$

§. 166.

Ein Decimalbruch wird mit einem andern Decimalbruch oder auch mit einem gemeinen Bruch multiplicirt, wenn

wenn man den gemeinen zuvor auch in einen Decimalbruch verwandelt, beyde Brüche als ganze Zahlen ansieht, und wie in ganzen Zahlen multiplicirt, vom Produkt aber so viele Ziffern von der Rechten gegen die Linke durchs Comma abschneidet, als beyde Brüche zusammen Decimalstellen haben.

Beyspiele:

1.) 3/4 Lth. kosten 1 fl; wie viel viel wird man für 6,05 fl kaufen?

Antwort: 20,57 Lth.

6,05 mal
3,4 Lth.

2420
1815

20,570 Lth.

2.) 1 Quintchen kostet 0,009 C. Thlr.; wie viel kosten (nach dem 24 fl Fuß) 1,03 Quintchen kr. und d.?

Antwort: 1 kr. 1/34 d.

0,009 C. Thlr.
1,03 mal

27
90

0,00927 C. Thlr.
144

3708
3708
927

1,33488 kr.
4

1,3395^{2} ß

§. 160.

In der Antwort wurde 1,34 ß gesetzt, weil die 3te Decimalstelle des Pfenningbruchs 9 ist, folglich die 2te (nach §. 162. N°. 4) um 1 vermehrt werden muß, wenn man die übrigen weglaßt.

3.) 3,4 fl. kostet 1 Cntr. was kosten 2/3 Cntr.?

Antwort: 2,27 fl.

1.

2000 | 3 (§. 158)
18 | 0,66 ꝛc.
20
18
20 ꝛc.

2.

0,6666 mal
3,4 fl

26664
20008

2,26744 fl.

Warum man im Produckt so viele Stellen abschneiden muß, als beyde Faktoren zusammen haben, wird auch hier am deutlichsten eingesehen werden, wenn wir die zu multiplicirenden Brüche in gemeiner Bruchform ausdrucken, und nach §. 129. multipliciren. Es ist im letzten Beyspiel

$$0{,}6666 = \tfrac{6666}{10000};$$

$$\text{und } 3{,}4 = \tfrac{34}{100}; \text{ daher}$$

$$0{,}6666 \times 3{,}4 = \tfrac{6666}{10000} \times \tfrac{34}{100} = \tfrac{6666}{10000} \times \tfrac{34}{100} =$$

$$\begin{array}{r|l} 2\,|\,26744 & 1\,|\,0000000 \\ \hline & 2\,\frac{26744}{1000000} \end{array} = 2{,}26744.$$

§. 167.

Haben beyde zu multiplirirenden Decimalbrüche viele Decimalstellen, so weicht man den nach der gewöhnlichen Art des vorhergehenden §. zu verrichtenden grossen Multiplication durch die sogenannte abgekürzte Multiplication aus.

Vermittelst ihrer erhält man zum Produkt einen Decimalbruch, der nicht mehr Decimalstellen als die Multiplicande hat.

Die Regel dafür heißt:

1.) Schreibe den Multiplicator so unter die Multiplicande, daß das Comma des erstern unter das Comma der letztern zu stehen kommt.

2.) Multiplicire zuerst mit der linkesten wirklichen Ziffer des Multiplicators, und sodann in der Ordnung mit jeder weiter recht stehenden wirklichen Ziffer desselben die Multiplicande von der Rechten gegen die Linke, und zwar jedesmal von derjenigen Ziffer derselben an, die die eben so vielte von der rechten Seite her, als diejenige des Multiplicators, mit der man multiplicirt, es von der linken Seite her ist. Setze die rechteste Ziffer aller dieser Produkte unter der rechtesten Ziffer der Multiplicande unter und schneide in ihnen, wenn sie groß genug sind, durchs Comma eben so viele Stellen ab, als in der Multiplicande hinter demselben stehen. Ist schon die 1te nicht groß genug, so ergänze in dieser die fehlenden Stellen mit Nullen.

3.) Diese einzelnen Produktenreihen addire, und setze in der Summe das Comma an seine gehörige Stelle, so hast du das verlangte Produkt.

1.) Man multiplicire 3,4167 mit 2,612.

Gewöhnliche Multiplication.	Abgekürzte Multiplication.
3,4167	3,4167
2,612	2,612
68334	6,8334
34167	2,0496
205002	341
68334	68
8,9244204	8,9239

Statt 8,9244 erhält man nach der abgekürzten Art nur 8,9239, mithin $\frac{5}{10000}$ zu wenig. Dieser kleine Fehler wird noch kleiner, wenn man bey der Multiplication mit einer jeden Ziffer des Multiplicators, jedoch nur in Gedanken, um eine Stelle weiter rechts in der Multiplicande anfängt, und das von diesem Produkt im Sinne Behaltene zum ersten Produkt, das niedergeschrieben wird, addirt.

Diesem zu Folge steht jenes Beyspiel so:

3,4167
2,612
6,8334
2,0500
341 (2)
68
8,9243 (4)

2.) Man multiplicire 8,6432 mit 0,908.

G. M.	A. M.
8,6432	8,6432
0,908	0,908
691456	7,7788
7778880	691
7,8480256	7,8479

3.) Man multiplicire 0,0714039 mit 0,0030908.

G. M.

0,0714039
0,0030908

5712312
64263510
21421170

0,000220695 17412

A. M.

0,0714039
0,0030908

0,0002142
64
0

0,0002206

Dieser abgekürzten Multiplication, von deren Regel jeder den Grund leicht auffinden wird, bedient man sich vorzüglich dann, wenn die Richtigkeit der letzten Ziffer des einen oder andern Faktors oder gar beyder zweifelhaft ist, weil man sich in diesem Fall auf die letzten Ziffern des Produkts doch nicht verlassen könnte.

§. 168.

Von der Subtraktion.

Soll ein Decimalbruch von einem andern, oder auch von einer ganzen Zahl abgezogen werden; so bringt man sie, wenn sie es nicht schon sind, zu gleicher Benennung, und druckt im letztern Fall (nach §. 156) die ganzen Zahlen in Decimalbruchform aus. Hier ist es zur Vermeidung jedes Fehlers gut, wenn die Nullen wirklich geschrieben werden. Ist dieß geschehen, so kann wiederum, wie wenn

es ganze Zahlen wären, verfahren werden, indem sich aus denselben Gründen, die schon bey der Addition angeführt wurden, die Ganzen von selbst absondern, sobald das Comma im Rest an die nämliche Stelle gesetzt wird, in dem es in der Minuende und Subtrahende steht.

Beyspiele:

1.) Christoph hat in einem Jahr 954,31 Rthlr. und in einem andern 966,0089 Rthlr. ausgegeben; wie viel Rthlr., ggr. und ₰ macht der Unterschied?

Antwort: 11 Rthlr., 16 ggr. und 9,2832 ₰.

Rthlr.

966,0089
954,3100

11,6989 Rthlr.
24

27956
13978

16,7736 ggr.
12

15472
7736

9,2832 ₰

§. 160.

2.) Carl giebt von 3 Rthlr. 2089 Rthlr. aus; wie viel Mgr. und ₰ hat er noch?

Antwort: 32 Mgr. und 6,368 ₰.

Rthlr.

3,000
2,089

0,911 Rthlr.
36

5466
2733

32,796 Mgr.
8

6,368 ₰

§. 160.

3.) Liederlich verspielt von einem Krthlr. 2,0112 fl. wie viel kr. und ₰ sind ihm noch übrig?

Antwort: 41 kr. u. 1,312 ₰.

1 Krthlr. = $\frac{27}{10}$ fl (§. 124.)

fl.

2,7000
2,0112

0,6888 fl
60

41,3280 kr.
4

1,3120 ₰.

§. 160.

Von der Division.

§. 169.

Bey der Division in Decimalbrüchen kommen 3 Fälle vor.

1.) Entweder ist die Dividende ein Decimalbruch und der Divisor eine ganze Zahl;

2.) Oder umgekehrt die Dividende eine ganze Zahl und der Divisor ein Decimalbruch;

3.) Oder es sind beyde Decimalbrüche.

Für alle diese 3 Fälle gilt folgende Generalregel:

1.) Ziehe unter die Dividende einen Strich, und schreibe den Divisor als Nenner unter (§. 119. N°. 2)

2.) Drucke, wenn entweder der Zähler oder der Nenner eine ganze Zahl ist, dieselbe durch Anhängung von so viel Nullen; als der andere Decimalstel-

len hat, in Decimalbruchform aus. Sind sie aber beyde Decimalbrüche, so bringe sie, wenn sie es nicht schon sind, nach §. 163, zu gleicher Benennung.

3.) Lasse das Comma im Nenner und Zähler weg, und verwandle diesen gemeinen Bruch (nach §. 158.) in einen Decimalbruch, so ist dieser der verlangte Quotient.
Beyspiel zum 1ten Fall:

1.) 8 lb Zucker kosten 4,41 fl, wie viel 1 lb Kreuzer?

Antwort: 33,06 kr.

1.

$$\frac{4{,}41}{8}$$

2.

$$\frac{4{,}41}{8{,}00}$$

3.

$$\frac{441}{}$$

441	800
40	0,551 fl. (§. 160.)
41	60
40	33,060 kr.
10	
8	
2	

Beyspiele zum 2ten Fall:

1.) Wie viel Kronenthlr. braucht man um 5400 fl damit zu zahlen?

Antwort: 2000 Krthlr.

1.

$$\frac{5400}{217}$$

2.

$$\frac{5400{,}0}{217}$$

3.

54000 | 27
54 | 2000 Krthlr.
000

2.) Für 2,462 fl bekommt man 5 ℔, wie viel für 1 fl?

Antwort: 2,03 ℔.

1.

$$\frac{5}{2{,}462}$$

2.

$$\frac{5{,}000}{2{,}462}$$

3.

5000 | 2462
4924 | 2,03 ℔
7600
7386
214

Beyspiele zum 3ten Fall:

1.) Wenn 3 Mltr, 4 Sri. (rauhe Frucht, Drl. Mß.) 15 fl. und 8 Sechser kosten, was kostet 1 Mltr.?

Antwort: 4,6 fl oder 4 fl. und 6 Sechser und etwas weniges drüber.

Da 3 Mltr. 4 Sri. rauhe Frucht Durl. Meß. = 3,4 Mltr, und 15 fl 8 Sechser = 15,8 fl. sind (§. 124.) so ist

1.

15,8 / 3,4

2.

158 / 34 = 4,6 fl

158 | 136 | 220 | 204 | 16

2.) Wenn 3 Fdr., 7 Ohm (Drl. Eich) 150,324 fl kosten, was kostet 1 Fdr.?

Antwort: 40 fl. 37,2 kr.

Da 3 Fdr, 7 Ohm (124.) = 3,7 Fdr, so ist

1.

150,324 / 3,7

2.

150,324 / 3,700

3.

150324

1503|24|37|00

148 — 40,62 fl

232 — 60 (§. 160.)

222 — 37,20 kr.

104

74

30

Die Gründe für obige Generalregel sind:

Nach N°. 1 derselben erhält man (nach §. 119. N°. 2) den wahren in Bruchform ausgedruckten Quotienten, und dieser wird, nach N°. 2 und 3 dieser Regel, seinem Werth nach nicht geändert, indem ja nur, nach §. 119, N°. 5, Zähler und Nenner mit einerley Zahl multiplicirt werden, da auch das Weglassen des Commas bey Decimalbrüchen, die gleichviel Decimalstellen haben, nach §. 165, nichts anderes als Multiplication derselben mit 10, 100, 1000 ist.

Auf eine andere Art kann man sich von der Richtigkeit dieser Regel überzeugen, wenn man die Decimalbrüche in gemeiner Bruchform, die Division selbst also in der Form eines unreinen Bruchs ausdruckt, und diesen unreinen Bruch (entweder nach §. 139 oder 141) in einen reinen verwandelt. Hiernach steht das Beyspiel zum 1ten Fall so:

$$\frac{\frac{441}{100}}{8} = \frac{441}{800} \text{ ꝛc (§. 139.)}$$

Das 2te Beyspiel zum 2ten Fall so:

$\frac{5}{\frac{2462}{1000}} = \frac{5000}{2462}$ ꝛc. (§. 139)

und das 2te Beyspiel zum 3ten Fall so:

$\frac{150324}{\frac{1000}{37}} = \frac{1503240}{37000} = \frac{150324}{3700}$ ꝛc.(§.141)

Ist im 1ten Fall der ganze Divisor 10, 100, 1000 ꝛc. so findet hier der umgekehrte Vortheil, der im §. 165 bey der Multiplication vorkam, aus dem nämlichen Grund wie dort, Statt.

Das Comma wird in diesem Fall um eben so viele Stellen weiter links geschrieben, als der Divisor Nullen hat. Demnach ist

36,4 : 10 = 3,64;
783,55 : 100 = 7,8355;
41,1 : 1000 = 0,411;
und 3,66 : 10000 = 0,000366;

Die im §. 165 angegebene weitere Ausdehnung dieses Vortheils ist bey der Division von keinem Belang.

§. 170.

Wie es bey der Multiplication der Decimalbrüche mit Decimalbrüchen (§. 167) eine abgekürzte Multiplication gab, so giebt es auch eine abgekürzte Division. Sie besteht darinn, daß man ganz eben so, wie im vorigen §. verfährt, und

nur bey der Verwandlung des gemeinen Bruchs in einen Decimalbruch, so oft mit einer gefundenen Ziffer des Quotienten der Divisor multiplicirt worden, von der rechten gegen die linke im letztern eine Ziffer ausstreicht, die letzte ausgestrichene jedoch jedesmal bey der nächsten Multiplication des Divisors in Gedanken noch in Betrachtung zieht.

Beyspiele:

1.) Man dividire 3,41 durch 1,09

G. D.

341 | 109
327 | 3,1284

140
109

310
218

920
872

480
436

44

A. D.

341 | 109
327 | 3,12.

14
11

3
2/1

2.) Man dividire 3,4061 durch 0,741.

G. D.

34061

3406|1 | 741|0
2964 | 4,5966

4421
3705

7160
6669

4910
4446

4640
4446

194

A. D.

34061 | 7410
29640 | 4,596
4421
3705
716
667
49
44
5

3.) Man dividire 0,0341689 durch 5,7862.

A. D.

341689000 | 57862|000
289310 | 0,0059052
52379
52075
304
289
15
11
4

4.) Man dividire 0,0034689 durch 0,000957822.

A D.

3468900 | 957822
2873466 | 3,62165
595434
474693
20741
19156
1585
958
627
574
53
47
6

Bey der gewöhnlichen Division hängt man an die Dividende Nullen, d. h. man multiplicirt sie mit 10, 100 ꝛc.; bey der abgekürzten läßt man die Dividende unverändert, streicht aber dafür im Divisor von der Rechten gegen die Linke Ziffern durch, d h. man dividirt ihn mit 10, 100 ꝛc. In beyden Fällen muß demnach der nämliche Quotient erscheinen, indem es einerlei ist, ob man mit dem einfachen Divisor in die 10, 100 ꝛc. fache Dividende, oder mit dem 10ten 100ten ꝛc. Theil des Divisors in die einfache Dividende dividirt

Nach dieser abgekürzten Art kann dann auch jeder gemeine Bruch in einen Decimalbruch verwandelt werden. Z. B.

$$\frac{37}{\begin{array}{r|l} 37 & 45 \\ \hline 36 & 0{,}08 \\ \hline 1 & \end{array}}$$

Bey der gewöhnlichen Division hängt man an die Dividende Nullen, d. h. man multiplicirt sie mit 10, 100 ꝛc.; bey der abgekürzten läßt man die Dividende unverändert, streicht aber dafür im Divisor von der Rechten gegen die Linke Ziffern durch, d h. man dividirt ihn mit 10, 100 ꝛc. In beyden Fällen muß demnach der nämliche Quotient erscheinen, indem es einerlei ist, ob man mit dem einfachen Divisor in die 10, 100 ꝛc. fache Dividende, oder mit dem 10ten 100ten ꝛc. Theil des Divisors in die einfache Dividende dividirt

Nach dieser abgekürzten Art kann dann auch jeder gemeine Bruch in einen Decimalbruch verwandelt werden. Z. B.

$$\frac{37}{\quad}$$

37 | 454
36 | 0,08
1

Bey der gewöhnlichen Division hängt man an die Dividende Nullen, d. h. man multiplicirt sie mit 10, 100 ꝛc.; bey der abgekürzten läßt man die Dividende unverändert, streicht aber dafür im Divisor von der Rechten gegen die Linke Ziffern durch, d h. man dividirt ihn mit 10, 100 ꝛc. In beyden Fällen muß demnach der nämliche Quotient erscheinen, indem es einerlei ist, ob man mit dem einfachen Divisor in die 10, 100 ꝛc. fache Dividende, oder mit dem 10ten 100ten ꝛc. Theil des Divisors in die einfache Dividende dividirt

Nach dieser abgekürzten Art kann dann auch jeder gemeine Bruch in einen Decimalbruch verwandelt werden. Z. B.

$$\frac{37}{\quad}$$

37	451
36	0,08
1	

Bey der gewöhnlichen Division hängt man an die Dividende Nullen, d. h. man multiplicirt sie mit 10, 100 ꝛc.; bey der abgekürzten läßt man die Dividende unverändert, streicht aber dafür im Divisor von der Rechten gegen die Linke Ziffern durch, d h. man dividirt ihn mit 10, 100 ꝛc. In beyden Fällen muß demnach der nämliche Quotient erscheinen, indem es einerlei ist, ob man mit dem einfachen Divisor in die 10, 100 ꝛc. fache Dividende, oder mit dem 10ten 100ten ꝛc. Theil des Divisors in die einfache Dividende dividirt

Nach dieser abgekürzten Art kann dann auch jeder gemeine Bruch in einen Decimalbruch verwandelt werden. Z. B.

$$\frac{37}{\quad}$$

37	451
36	0,08
1	

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wucherer, Gustav Friedrich,

Die Größenlehre, für Realschulen populär bearbeitet

Bd.: 1,2

Carlsruhe 1809
BHS II K 32-1,1/3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708121-4